

Soluções das fichas de exercícios

Ficha 1

1 a) $x + 1, x > -\frac{1}{2}$ b) $0, x = 0$ c) $\frac{1}{|x|}, x \in (-2, 2) \setminus \{0\}$ d) $x, x \in \mathbb{R}$

2 a) $11/3$ b) $13/11$ c) $10007/9900$ d) $374/333$ e) 1

3 a) $\frac{3^4}{3^5-1}$ b) $2/3$ c) $3/4$ d) $-1/2$ e) 14

5 a) divergente b) convergente, soma $25/48$ c) convergente, soma $\frac{1}{k} \sum_{n=1}^k \frac{1}{n}$

d) convergente, soma 1 e) convergente, soma $73/1080$

7 divergente 8 convergentes: a) b) c) d) e) f) h) j) l) m) n) q) s) v) w) $\forall a \in \mathbb{R}$
divergentes: g) k) p) r) t) u), i) convergente se $k > 1$, e divergente se $k \leq 1$,

o) convergente se $k \in (-1, 1)$

9 a) divergente b) convergente

10 i) convergente ii) convergente iii) divergente

11 a) absolutamente convergente b) c) simplesmente convergente

15 b) não, $\sum \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$ é convergente, e $\sum \frac{1}{n}$ é divergente

16 c) convergente

18 absolutamente convergentes: c) d) f), simplesmente convergentes: a), divergente
b) e)

19 contra-exemplo, $\sum \left(\frac{(-1)^n}{n}\right)^2$ é convergente, e $\sum \frac{(-1)^n}{n}$ não é absolutamente convergente

Ficha 2

8 a) absolutamente convergente $x \in (1, 3)$, divergente $x \in]-\infty, 1] \cup [3, +\infty[$

b) absolutamente convergente $x \in (-2, 0)$, simplesmente convergente $x = -2$, e divergente $x \in (-\infty, -2) \cup [0, +\infty[$

c) absolutamente convergente $x \in (-1, 1)$, divergente $x \in]-\infty, -1] \cup [1, +\infty[$

9 a) $-\ln(1-x)$, $|x| < 1$

b) $\frac{x}{(1-x)^2}$, $|x| < 1$

c) $\frac{x(1+x)}{(1-x)^3}$, $|x| < 1$

d) $-x + \ln \sqrt{\left| \frac{x}{x-2} \right|}$, $x \in (0, 2)$

e) $-x + x \ln x$, $x \in (0, 2)$

10 $\sum_{n \geq 0} \frac{(-1)^n}{2^{n+1}(n+1)} (x-2)^{n+1}$, $x \in (0, 4)$

11 $\sum_{n \geq 0} (n+1)(x+1)^n$, $x \in (-2, 0)$

12 $\sum_{n \geq 0} \frac{x^n}{n!}$, $x \in \mathbb{R}$

13 a) $\sum_{n \geq 0} \frac{(\ln a)^n}{n!} x^n$, $x \in \mathbb{R}$

b) $\sum_{n \geq 0} \frac{(-1)^n}{a^{2n+2}} x^{2n}$, $|x| < a$

c) $\sum_{n \geq 0} \frac{(-1)^n}{(2n)!} x^{2n}$, $x \in \mathbb{R}$

14 $\sum_{n \geq 0} \frac{(-1)^n}{n+1} x^{3n+3}$, $|x| < 1$

15 $2(x-1) + 3(x-1)^2 + \sum_{n \geq 0} \frac{4(-1)^n}{(n+3)(n+2)(n+1)} (x-1)^{n+3}$, $x \in (0, 2)$

16 $\sum_{n \geq 0} \frac{(-1)^n}{3 \cdot 2^{n-1}} (x-2)^n$, $x \in (0, 4)$, $f^{(17)}(2) = -\frac{17!}{3 \cdot 2^{16}}$

17 $\sum_{n \geq 0} \left[\frac{(\ln 2)^n}{n!} + \frac{(-1)^n}{2^{n+1}} \right] x^n$, $|x| < 2$

$$\mathbf{18} \ P_2(x) = \frac{(u'(2))^2}{2} (x - 2)^2$$