



Equações diferenciais - Pêndulo esférico

O trabalho deve ser entregue em formato pdf através do Aquila e os alunos devem estar preparados para realizar uma exposição de 5 minutos, com suporte multimédia (p.ex. powerpoint) sobre o mesmo.

O movimento de um ponto $x(t) = (x_1(t), x_2(t), x_3(t))$ de massa m , sujeito à força da gravidade $F = (0, 0, -mg)$ (com $g = 9.8m/s^2$) e obrigado a mover-se sobre a superfície esférica de equação $\Phi(x) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 1 = 0$, é descrito pelo sistema de equações diferenciais ordinárias

$$\ddot{x} = \frac{1}{m} \left(F - \frac{m\dot{x}^T H \dot{x} + \nabla\Phi^T F}{\|\nabla\Phi\|^2} \nabla\Phi \right)$$

em que H é a matriz Hesseana de Φ . A posição e velocidade iniciais do ponto material são dados do problema.

- Formule o sistema apresentado como um sistema de equações diferenciais de primeira ordem.
- Apresente soluções numéricas para o problema utilizando os diversos métodos estudados (Euler progressivo, Euler regressivo, Crank-Nicholson, Runge-Kutta).
- Discuta a escolha do passo de tempo para um horizonte temporal fixo para cada um dos métodos.
- Aponte características qualitativas da solução que considere pertinentes.