Estatística II

Licenciatura em Gestão

1º semestre – 2015/2016
02/11/2015 – 16:00

Duração: 60 minutos **1º teste A**

Nome____ **Nº**__________

Espaço reservado a classificações

1.	2.a)	2.b)	2.c)	
3.	4.a)	4.b)	5	
			Total	

A utilização do telemóvel, em qualquer circunstância, é motivo suficiente para a anulação da prova.

Perguntas de escolha múltipla: apenas uma opção é correta
cada resposta certa vale **1** valor
cada resposta errada vale **-0.25** valores

Pergunta Verdadeiro/Falso: cada resposta certa vale **0.25** valores
cada resposta errada vale **-0.25** valores

Se necessitar de espaço utilize a última página do enunciado, indicando com clareza a respetiva questão.

É expressamente proíbido destacar as folhas do enunciado.

1. Para cada afirmação assinale se esta é verdadeira **(V)** ou falsa **(F)**. (1.0)

	V	**F**
Se T_1 e T_2 são estimadores para θ e apenas T_1 é centrado, então verifica-se sempre $EQM(T_1) < EQM(T_2), \forall\theta$.		
Se num teste para a média μ de uma população normal, $H_0 : \mu = \mu_0$ contra $H_1 : \mu = \mu_1$, a potência do teste é igual a 0.9, pode concluir-se que a probabilidade de não rejeitar H_0 quando esta é falsa é igual a 0.1.		
Se (a, b) é um intervalo de confiança a 95% para a média μ de uma população normal, então $P\left[\mu \in (a, b)\right] = 0.95$.		
Se num teste de dimensão $\alpha = 0.05$ se rejeitou a hipótese nula, então o valor-p é superior a 0.05.		

2. Admita que a quantidade de azeite, em litros, colocada em cada garrafa na secção de enchimento de garrafas de determinado lagar, é uma variável aleatória com distribuição normal de média μ e desvio padrão $\sigma = 0.6$. Recolhida uma amostra aleatória de 36 garrafas, obteve-se uma média de 0.98 litros.

(a) Determine a estimativa de máxima verosimilhança para a percentagem de garrafas com menos de um litro. (Nota: o estimador de máxima verosimilhança para μ é $\bar{X}$). Justifique a resposta. (1.0)

(b) Construa um intervalo de confiança a 95% para a quantidade média de azeite por garrafa. Com base no resultado obtido acha razoável admitir que, em média, as garrafas desse lagar contêm um litro? (1.5)

(c) Para reduzir a amplitude do intervalo obtido na alínea anterior, pode-se optar por: (10)

- ☐ Aumentar a dimensão da amostra, mantendo fixo o grau de confiança
- ☐ Aumentar o grau de confiança e diminuir a dimensão da amostra
- ☐ Aumentar o grau de confiança mantendo fixa a dimensão da amostra
- ☐ Aumentar a variância da população, mantendo fixos o grau de confiança e a dimensão da amostra

3. O diretor do departamento de informática de uma grande empresa afirma que pelo menos 93% dos funcionários da empresa que recorrem ao *Helpdesk* estão satisfeitos com o serviço prestado. Para analisar a veracidade dessa afirmação foi realizado um inquérito. Dos 200 funcionários escolhidos aleatoriamente, 184 afirmaram estar satisfeitos com o serviço prestado. Teste a veracidade da afirmação do diretor, ao nível de significância de 5%. (1.5)

4. Considere uma amostra casual simples de dimensão n retirada de uma população de média $E(X) = \frac{3\theta}{2}$ e variância $Var(X) = \frac{\theta^2}{12}$

(a) O estimador para θ pelo método dos momentos é igual a : (1.0)

☐	$\frac{\bar{X}}{3}$	☐	$\frac{3\bar{X}}{2}$	☐	$\frac{2\bar{X}}{3}$	☐	$\frac{3}{2} + \bar{X}$

(b) Estude o enviesamento e a consistência do estimador obtido na alínea anterior. (Nota: se não resolveu a alínea anterior, escolha um dos estimadores propostos nessa alínea) (1.5)

5. Pretende-se construir um intervalo de confiança a 95% para o parâmetro θ, com $\theta > 0$, de determinada população da qual foi retirada uma amostra casual de dimensão n. Sabendo que $\hat{\theta}$ é um estimador de θ e que a variável $Z = \dfrac{\hat{\theta}}{\theta}$ tem distribuição conhecida, mostre que Z é uma variável fulcral e que $\left(\dfrac{\hat{\theta}}{z_2}, \dfrac{\hat{\theta}}{z_1}\right)$, onde $P(Z < z_1) = P(Z > z_2) = 0.025$, é um intervalo de confiança a 95% para θ. (1.5)

Continuação da questão...