

## Soluções dos exercícios de Álgebra Linear

25. (a)  $A^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}; B^{-1} = \begin{bmatrix} 2/7 & -1/7 \\ -1/14 & 2/7 \end{bmatrix}.$

(b)  $\det(A) = \det(A^T) = 1; \det(B) = \det(B^T) = 14; \det(2A) = 4 = 2^2 \det(A); \det(3B) = 126 = 3^2 \det(B);$   
 $\det(AB) = \det(BA) = \det(A) \det(B) = 14; \det(A^{-1}) = 1 = 1/\det(A); \det(B^{-1}) = 1/14 = 1/\det(B);$   
 $\det(A^{-1}B) = 14 = \det(B)/\det(A).$

26.  $\det(A^2) = 4; \det(3A) = 162; \det(-A^{-1}) = 1/2; \det(2A^T) = 32; \det(AA^T A^{-1}) = 2; \det(\frac{1}{2}A^4) = 1.$

27. —

28.  $-70;$

29. (a)  $-4;$  (b)  $-2;$  (c)  $2;$  (d)  $4;$  (e)  $-9;$  (f)  $7840;$  (g)  $-16.$

30. (a)  $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-(ab+bc+ca));$  (b)  $0;$  (c)  $(c-a)(c-b)(b-a);$  (d)  $b^2(b^2-4a^2);$  (e)  $b^4+4ab^3.$

31. (a)  $\lambda \notin \{-2; 1\};$  (b)  $\lambda \neq 0;$  (c)  $\lambda \notin \{0; 1; -1\};$  (d)  $\lambda \neq 1.$

32. (a) Sistema impossível; (b)  $(0, 0, 0);$  (c)  $(1/4, 1/2, 1/4);$  (d)  $x = -\frac{1}{3}z, y = \frac{5}{3}z; w = 1, z \in R;$   
 (e)  $x = -w + \frac{1}{3}, y = -w - \frac{1}{3}, z = -w - \frac{2}{3}, w \in R;$  (f)  $x = 1 + \frac{2}{3}w, y = 1 + z - \frac{5}{3}w, z, w \in R.$

33. (a) Possível indeterminado se  $a = 2;$  Possível determinado se  $a \neq 2;$   
 (b) Possível indeterminado se  $a \in \{0; 1\}.$  Impossível caso contrário;  
 (c) Possível determinado se  $a \neq 1;$  Possível indeterminado se  $a = 1;$   
 (d) Possível determinado se  $b \neq 3;$  Possível indeterminado se  $b = 3$  e  $a = 1;$  Impossível se  $b = 3$  e  $a \neq 1;$   
 (e) Possível determinado se  $a \neq 1;$  Possível indeterminado se  $b = -2$  e  $a = 1;$  Impossível se  $a = 1$  e  $b \neq -2;$   
 (f) Possível determinado se  $a \neq 0$  e  $b \neq 1;$  Impossível caso contrário.

34. (a) Utilize a definição de  $\ker;$  (b) Utilize o Teorema Fundamental da Álgebra Linear.

35. (a)  $(1, -2, 3);$  (b)  $(2, 1, 1);$  (c)  $(1, 2, 3, 4);$  (d)  $(1, -1, 2, 3, 1).$

36. (a)  $x_1 = x_4 - x_3, x_2 = x_4 - x_3, x_3, x_4, x_5 \in R;$  Base: por exemplo,  $B = \{(-1, -1, 1, 0, 0); (1, 1, 0, 1, 0); (0, 0, 0, 0, 1)\};$   
 (b)  $x_1 = x_2 = x_3 = 0;$  Base  $B = \emptyset;$   
 (c)  $x_1 = x_3; x_2 = -2x_3; x_3 \in R;$  Base: por exemplo,  $B = \{(1, -2, 1)\};$   
 (d)  $x_1 = -2x_2 - 3x_3; x_2, x_3 \in R;$  Base: por exemplo,  $B = \{(-2, 1, 0); (-3, 0, 1)\}.$

37.  $(1, -2, 2)$

38.  $z = 0;$

39. (a) —; (b)  $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1/2 & -1/10 & -1/5 \\ -1/2 & 3/10 & 3/5 \\ -1/2 & 7/10 & 2/5 \end{bmatrix};$

$$x = \frac{1}{2}a - \frac{1}{10}b - \frac{1}{5}c; y = -\frac{1}{2}a + \frac{3}{10}b + \frac{3}{5}c; z = -\frac{1}{2}a + \frac{7}{10}b + \frac{2}{5}c.$$