

Trabalho para casa

19 de Outubro de 2016

Num mundo onde só existem dois bens, um determinado consumidor tem a função de utilidade dada por $U(x_1, x_2) = 10\sqrt{x_1} + x_2$. Admita ainda que o rendimento do consumidor é €50 e que os preços dos bens 1 e 2 são iguais a €1.

1. Obtenha a forma funcional da curva de indiferença com o nível de utilidade 75. Represente graficamente.

Fazendo $U(x_1, x_2) = 75$, vem $75 = 10\sqrt{x_1} + x_2$, isto é $x_2 = 75 - 10\sqrt{x_1}$. Esta curva de indiferença é negativamente inclinada, convexa, tem ordenada na origem no ponto $(0, 75)$ e abcissa na origem no ponto $(65^2, 0)$.

2. Obtenha as procuras dos bens 1 e 2 e determine o cabaz óptimo. Apresente todos os cálculos.

O problema de maximização de utilidade é o seguinte:

$$\text{Max } U(x_1, x_2) = 10\sqrt{x_1} + x_2$$

$$\text{s.a } p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq m, x_1 \geq 0 \text{ e } x_2 \geq 0.$$

Uma vez que as preferências satisfazem a propriedade da não saciedade local, o consumidor gastará todo o seu rendimento, isto é, a restrição orçamental é verificada com igualdade:

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = m.$$

Vamos também ignorar as restrições de não-negatividade (embora haja soluções de canto para baixos valores do rendimento).

O problema vem:

$$\text{Max } U(x_1, x_2) = 10\sqrt{x_1} + x_2$$

$$\text{s.a } p_1 x_1 + p_2 x_2 = m.$$

O que é equivalente a resolver:

$$\text{Max } 10\sqrt{x_1} + m/p_2 - x_1 p_1/p_2.$$

A condição de primeira ordem é: $\frac{10}{2\sqrt{x_1}} - p_1/p_2 = 0 \Leftrightarrow \frac{5}{\sqrt{x_1}} = p_1/p_2$. Logo:

$$x_1(p_1, p_2, m) = \left(\frac{5p_2}{p_1}\right)^2.$$

$$\text{E } x_2(p_1, p_2, m) = m - p_1 \left(\frac{5p_2}{p_1}\right)^2.$$

O cabaz óptimo é:

$$x_1(1,1,50) = \left(\frac{5}{1}\right)^2 = 25$$

$$x_2(1,1,50) = 50 - 1 * \left(\frac{5}{1}\right)^2 = 25.$$

3. Qual seria o cabaz óptimo se o rendimento do consumidor fosse €20 (mantendo-se constantes os preços dos bens)?

Se substituirmos nas funções procura (agora com $m = 20$), vem $x_1(1,1,20) = \left(\frac{5}{1}\right)^2 = 25$ e $x_2(1,1,20) = 20 - 1 * \left(\frac{5}{1}\right)^2 = -5$, o que é impossível já que o consumidor não pode consumir uma quantidade negativa do bem 2. Acontece que, neste caso, o rendimento não é suficiente para comprar a quantidade desejada do bem 1. Logo, todo o rendimento é gasto no bem 1:

$$x_1(1,1,20) = \frac{20}{1} = 20$$

$$x_2(1,1,20) = 0.$$

4. Represente graficamente a curva rendimento-consumo, a curva de Engel do bem 1 e a curva de Engel do bem 2.

A curva rendimento-consumo é a linha quebrada composta (i) pelo segmento de recta horizontal que une a origem ao ponto (25, 0) e (ii) a recta vertical $x_1 = 25$. A curva de Engel do bem 1 é a linha quebrada composta (i) pelo segmento de recta que une a origem ao ponto (25, 25) e (ii) a recta vertical $x_1 = 25$ para $m \geq 25$. A curva de Engel do bem 2 é a linha quebrada composta (i) pelo segmento de recta que une a origem ao ponto (0,25) e (ii) a recta de equação $m = 25 + x_1$ para $x_1 \geq 0$.

5. Para um rendimento do consumidor de €50 e preço do bem 2 igual a €1, admita que o preço do bem 1 cai para €0,5. Qual é o valor do efeito rendimento na procura do bem 1 associado a esta variação de preço?

Dada a alteração de preço, a procura do bem 1 passa a ser 100, isto é, o efeito total na procura do bem 1 é 75. A variação de rendimento necessária para compensar a alteração de preço é -12,5. Com um rendimento de $50 - 12,5 = 37,5$, o consumo do bem 2 seria negativo. Assim, todo o rendimento é gasto no bem 1 e a procura (ao novo preço e novo rendimento) é $37,5/0,5 = 75$. Logo, o efeito de substituição é $75 - 25 = 50$. E o efeito rendimento é o efeito total - efeito de substituição = $75 - 50 = 25$.