

Sistemas Dinâmicos

LISTA 2

- (1) Para que valores de $\alpha \in [0, 1[$ temos que R_α e $R_{-\alpha}$ são topologicamente conjugados?
- (2) Mostre que cada homeomorfismo da circunferência que inverte a orientação tem exactamente dois pontos fixos.
- (3) Mostre que para f e g homeomorfismos da circunferência que preservam a orientação:
 - (a) $\rho(f^n) = n\rho(f) \pmod{1}$, $n \in \mathbb{N}$.
 - (b) se f e g são topologicamente conjugados, então $\rho(f) = \rho(g)$.
- (4) Considere a função $f: I \rightarrow I$ contínua num intervalo compacto $I \subset \mathbb{R}$, e um subintervalo $J \subset I$. Dizemos que J é uma *ferradura para f* se existem dois intervalos compactos disjuntos $K_0, K_1 \subset J$ tais que $J \subset f(K_i)$, $i = 0, 1$. Suponha que f tem uma ferradura. Prove as seguintes proposições:
 - (a) Dado $p \in \mathbb{N}$, f^p tem pelo menos 2^p pontos fixos.
 - (b) f tem pontos periódicos de todos os períodos.
 - (c) f tem um conjunto não numerável de pontos aperiódicos.
- (5) Seja $f: I \rightarrow I$ contínua num intervalo I com um ponto periódico de período 3. Prove as seguintes proposições:
 - (a) f^2 tem uma ferradura.
 - (b) f tem pontos periódicos de todos os períodos.