

Sistemas Dinâmicos

LISTA 3

- (1) Considere uma transformação linear $f: \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}^d$ dada por $f(x) = Ax$ onde A é uma matrix invertível $d \times d$. Determine condições necessárias e suficientes relativamente aos valores próprios de A para que a origem seja um conjunto hiperbólico.
- (2) Dois difeomorfismos f e g são C^1 -conjugados se existe um C^1 -difeomorfismo h tal que $h^{-1} \circ f \circ h = g$. Diga se este é o caso para os seguintes exemplos:
- (a) $f(x) = 2x$ e $g(x) = 3x$
 - (b) $f(x) = 4x$ e $g(x) = -2x$
 - (c) $f(x) = 3x$ e $g(x) = x^3$
 - (d) $f(x) = x^2$ e $g(x) = x^3$
- (3) Determine os pontos com período 2 da ferradura de Smale.
- (4) Seja $\Sigma_k = \{1, \dots, k\}^{\mathbb{Z}}$ e $\sigma: \Sigma_k \rightarrow \Sigma_k$ a transformação desvio. Para cada $\beta > 1$ considere

$$d_\beta(\omega, \omega') = \begin{cases} \beta^{-n(\omega, \omega')}, & \omega \neq \omega' \\ 0, & \omega = \omega' \end{cases}$$

onde $n(\omega, \omega') = \inf\{i \in \mathbb{N}_0: \omega_i \neq \omega'_i \text{ ou } \omega_{-i} \neq \omega'_{-i}\}$ Mostre que:

- (a) d_β é uma métrica
- (b) d_β e $d_{\beta'}$ são equivalentes¹
- (c) σ é contínua

¹Duas métricas d e d' são equivalentes se para quaisquer x, y existe $C > 1$ tal que $C^{-1}d(x, y) \leq d'(x, y) \leq Cd(x, y)$.