

Sistemas Dinâmicos

LISTA 4

(1) Mostre que se A é uma matriz $k \times k$ irredutível, então $\sigma: \Sigma_A^+ \rightarrow \Sigma_A^+$ é topologicamente transitiva (existe $\omega \in \Sigma_A^+$ cuja órbita por σ é densa em Σ_A^+).

(2) Determine se a matriz

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

é irredutível.

(3) Considere a transformação de Gauss $f: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ dada por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} \bmod 1, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

Mostre que $x \in [0, 1]$ é racional sse existe $m \in \mathbb{N}$ tal que $f^m(x) = 0$.

(4) Seja $f \in \text{Diff}^1(\mathbb{R}^n)$. Mostre que f preserva a medida de Lebesgue sse $|\det Df| = 1$.