INSTITUTO SUPERIOR DE ECONOMIA E GESTÃO, UTL
Matemática 1, 2010/2011 - 1º Semestre
Exame em Época de Recurso, 24 de Janeiro de 2011 Duração: 2 horas

Nome: ______________________________

Nº de Aluno: ________ Curso: ________________ Classificação: ________

Parte I

Pergunta	1	2	3	4	Total
Cotação	1.5	1.5	1.5	1.5	6.0
Class.					

Parte II

Pergunta	1a	1b	2	3	4	5a	5b	5c	5d	5e	5f	6a	6b	Total
Cotação	2.0	1.0	1.0	1.0	1.5	0.5	1.0	1.0	0.5	0.5	1.5	1.5	1.0	14.0
Class.														

PARTE I: Perguntas de escolha múltipla (6 valores)

Cada resposta correcta vale 1,5 valores e cada resposta incorrecta é penalizada em 0,5 valores.
A cotação mínima na primeira parte é de zero valores.

1. Sejam $\vec{u} = (1, 2, 0, k)$ e $\vec{v} = (3, -1, -1, -1)$. Os vectores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são ortogonais se:

- ☐ $k = 0$
- ☐ $k \in \mathbb{R}$
- ☐ $k = 1$
- ☐ Nenhuma das respostas anteriores está correcta.

2. Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$ uma função contínua e diferenciável no seu domínio. Temos que $El_x \dfrac{2}{f(x)}$ é igual a:

- ☐ $-El_x f(x)$
- ☐ $El_x \left[f(x)\right]^2$
- ☐ $2El_x f(x)$
- ☐ Nenhuma das respostas anteriores está correcta.

3. O valor de $\displaystyle\lim_{x\to 1} \frac{x^3 - 3\beta x + 3\beta - 1}{(x-1)^2}$ é:

- ☐ 0, para qualquer $\beta > 0$
- ☐ ∞, se $\beta \neq 1$
- ☐ 3, para qualquer $\beta \in \mathbb{R}$
- ☐ Nenhuma das respostas anteriores está correcta.

4. A função $f(x) = \sqrt{|x| + \alpha}$, com $\alpha \geq 0$,

- ☐ é uma função linear para qualquer $\alpha \geq 0$.
- ☐ é uma função linear apenas se $\alpha = 0$.
- ☐ não é uma função linear, qualquer que seja $\alpha \geq 0$.
- ☐ Nenhuma das respostas anteriores está correcta.

PARTE II: Perguntas de desenvolvimento (14 valores)

Justifique cuidadosamente todas as suas respostas.

1. Seja o sistema de equações: $\begin{cases} x+y+z=1 \\ 2x+5z=1 \\ x-y+\alpha z=\beta \end{cases}$, com $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

(a) Indique os valores de α e β para os quais (i) o sistema não tem solução e (ii) o sistema tem uma equação redundante.

(b) Considere o caso $\alpha = 0$ e $\beta = 0$. Determine x através da regra de Cramer.

2. Sejam $\vec{u}, \vec{v} \in \mathbb{R}^n$. Demonstre que $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$.

3. Sejam A, B, C, X matrizes quadradas de ordem n e I a matriz identidade de ordem n. Assumindo que C e $A - B$ são invertíveis, resolva em ordem a X a equação: $AXC = BXC + I$.

4. Considere a série $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} \left(\frac{3x+2}{3}\right)^n$. Discuta para que valores de x a série é convergente e, sempre que possível, calcule a sua soma.

5. Seja $g(x) = e^{(x^2+1)}$.

(a) Indique o domínio de g e discuta a sua continuidade.

(b) Determine o(s) ponto(s) de estacionariedade de g.

(c) Determine o(s) ponto(s) de extremo de f através do estudo da sua segunda derivada.

(d) Estude a concavidade da função.

(e) Discuta se o, ou os, pontos de extremo obtidos anteriormente são globais.

(f) Calcule $\displaystyle\int_0^1 xg(x)\,dx$.

6. Sabendo que $\dfrac{d}{dx}(\arctan x) = \dfrac{1}{1+x^2}$

(a) Estime o valor de $\arctan(0,1)$.

(b) Majore o erro da aproximação obtida na alínea anterior.