

Programação Matemática - 2008/2009

Ficha de exercícios nº 1

Exercício 1 *Resolva o seguinte problema de otimização por metas:*

$$\begin{aligned} \min Z &= \{d_1^+; d_2^-; d_3^- + d_3^+\} \\ \text{s.a. } x_1 + 2x_2 + d_1^- - d_1^+ &= 20 \\ 4x_1 - x_2 + d_2^- - d_2^+ &= 40 \\ 2x_1 + x_2 + d_3^- - d_3^+ &= 40 \\ x_1, x_2, d_1^-, d_1^+, d_2^-, d_2^+, d_3^-, d_3^+ &\geq 0 \end{aligned}$$

Exercício 2 *Considere o seguinte problema de otimização por metas:*

$$\begin{aligned} \min Z &= P_1 d_1^- + P_2 d_2^+ + P_3 d_3^- + P_4 (d_4^+ + d_4^-) \\ \text{s.a. } 2x_1 + x_2 &\leq 200 \\ 8x_1 + 5x_2 + d_1^- - d_1^+ &= 400 \\ x_1 - x_2 + d_2^- - d_2^+ &= 10 \\ x_2 + d_3^- - d_3^+ &= 140 \\ x_1 + d_4^- - d_4^+ &= 40 \\ x_1, x_2, d_1^-, d_1^+, d_2^-, d_2^+, d_3^-, d_3^+, d_4^-, d_4^+ &\geq 0 \end{aligned}$$

a) Resolva o problema.

b) Indique uma alteração das metas que dê origem a soluções alternativas. Justifique.

Exercício 3 *Determine o conjunto ideal do seguinte problema de otimização por metas e resolva-o:*

$$\begin{aligned} \min Z &= \{d_1^-; d_2^-\} \\ \text{s.a. } x_1 &\leq 60 \\ x_1 - x_2 &\geq 0 \\ 6x_1 + 9x_2 &\leq 540 \\ x_2 + d_1^- - d_1^+ &= 30 \\ x_1 + d_2^- - d_2^+ &= 40 \\ x_1, x_2, d_1^-, d_1^+, d_2^-, d_2^+ &\geq 0 \end{aligned}$$

Exercício 4 A direcção de uma empresa constatou que a mão-de-obra empregada está subaproveitada em 80 horas semanais. Para aproveitar essa mão-de-obra decidiu iniciar a produção de dois novos produtos, P1 e P2, que darão um lucro por tonelada de 8 u.m. e 12 u.m., respectivamente, e consumirão respectivamente 5 e 2 horas de mão-de-obra por tonelada produzida. A direcção pretende iniciar a produção garantindo um lucro não inferior a 280 u.m. e uma produção de pelo menos 10 toneladas de cada produto.

Analise a situação e elabore um relatório a enviar à direcção com os dados e sugestões que considere úteis.

Exercício 5 Uma empresa dispõe de 5×10^5 u.m. para gastar na campanha publicitária de lançamento de um novo produto. Pretende usar na campanha cartazes e spots televisivos sobre os quais tem a seguinte informação:

	custos (u.m.)	impacto (nº de pessoas)
spots (20 sg)	4×10^3	8×10^4
cartazes	20	1500

A empresa pretende (por ordem decrescente de importância):

- não exceder o orçamento
- editar pelo menos 20,000 cartazes
- atingir com os spots televisivos pelo menos 1 milhão e 500 mil potenciais clientes

a) Proponha uma campanha publicitária. Justifique.

b) Nas condições pretendidas, qual é o número máximo de potenciais compradores que é possível atingir com cada veículo publicitário? Justifique.

Exercício 6 Uma empresa pode produzir dois produtos, P1 e P2, de acordo com as seguintes condições:

Consumo por ton produzida	P1	P2
mp1 (ton)	30	40
mp2 (ton)	80	70
electricidade (Kw)	500	680
lucro por ton produzida	400	580

Sabendo que a empresa dispõe de 2400 ton de mp1 e de 5600 ton de mp2, e que pretende maximizar o lucro e minimizar o consumo de electricidade, faça uma análise detalhada da situação para ser apresentada à direcção da empresa.

Exercício 7 Uma empresa pode produzir dois produtos, P1 e P2, com base em duas matérias primas mp1 e mp2. O consumo de matérias primas (ton) por unidade produzida e as disponibilidades são os seguintes:

	P1	P2	disponibilidade (ton)
mp1	3	5	45
mp2	2	1	20

A empresa tem vindo a adoptar o plano de produção que maximiza a produção total, garantindo que a produção de P1 representa, pelo menos, 40% do total. É previsível que no futuro próximo a empresa venha a receber subsídios de 1 u.m. e 3 u.m. por unidade produzida de P1 e P2, respectivamente. A empresa considera importante otimizar o montante dos subsídios a receber. Assim, pretende estudar eventuais alterações ao plano de produção actual e respectivas consequências na produção global. Pretende ainda, avaliar o impacto no montante a receber da norma que tem vindo a ser adoptada relativamente à produção de P1.

Analise a situação e elabore um relatório com os dados, comentários e sugestões que considere importantes para apoiar uma decisão.

Exercício 8 Uma empresa pode passar a produzir dois produtos (P1 e P2) utilizando três tipos de matéria prima (mp1, mp2 e mp3) e mão-de-obra (mo). As estimativas do consumo unitário dos recursos e da receita por tonelada produzida são os seguintes:

	P1	P2
mp1 (u.m.)	1	2
mp2 (u.m.)	2	1
mp3 (u.m.)	1	5
mo (horas)	1	1
receita (u.m.)	20	50

As matérias primas mp1 e mp2 são nacionais mas mp3 é importada e tem de ser paga em divisas. Existem actualmente em armazém 50 u.m. de cada uma das matérias primas nacionais e dispõe-se de 30 horas de mão-de-obra. Não se dispõe de mp3 devendo ser estabelecido um contrato de importação de montante adequado ao plano de produção a implementar.

A empresa pretende maximizar a receita a obter com os novos produtos e, para evitar riscos cambiais minimizar os pagamentos em divisas. A anterior direcção tinha planeado produzir 20 tons de P1 e 10 tons de P2. A nova direcção considera que este plano gera uma receita insuficiente.

Faça um estudo que lhe permita enviar uma nota à nova direcção, com dados e sugestões úteis para a reformulação do plano no sentido pretendido.

Exercício 9 Resolva o seguinte problema de otimização por metas:

$$\begin{aligned}
 \min Z &= P_1 d_1^- + P_2 d_2^- + P_3 d_3^- \\
 \text{s.a} \quad & \begin{array}{rccccccc}
 & & x_2 & & +d_1^- - d_1^+ & & & = & 5 \\
 -x_1 & -x_2 & & & & & +d_2^- - d_2^+ & & = & 4 \\
 & & & x_3 & & & & +d_3^- - d_3^+ & = & 3 \\
 & & x_2 & & & & & & \leq & 2 \\
 & & & x_3 & & & & & \leq & 3 \\
 & & & & & & & & & x_1, x_2, x_3, d_1^-, d_1^+, d_2^-, d_2^+, d_3^-, d_3^+ \geq 0
 \end{array}
 \end{aligned}$$

Exercício 10 Considere o seguinte problema de otimização por metas:

$$\begin{aligned}
 \min Z &= P_1 d_1^- + P_2 (d_2^- + d_2^+) + P_3 d_3^- \\
 \text{s.a} \quad & \begin{array}{rccccccc}
 & x_1 - x_2 & & +d_1^- - d_1^+ & & & & = & 0 \\
 & 3x_1 + 5x_2 & & & & +d_2^- - d_2^+ & & = & 15 \\
 & x_1 & & & & & +d_3^- - d_3^+ & = & 4 \\
 & & & & & & & & & x_1, x_2, d_1^-, d_1^+, d_2^-, d_2^+, d_3^-, d_3^+ \geq 0
 \end{array}
 \end{aligned}$$

- Resolva-o graficamente.
- Resolva-o pelo método de simplex.