

# Matemática I - 2008/2009

Ficha de exercícios nº 7

## Funções reais de variável real

**Exercícios do livro** *Sydsaeter, Knut e Hammond, Peter J., Mathematics for Economic Analysis, Prentice Hall, 2003:*

**9.2:** 2,4

**9.3:** 2,8

**9.4:** 2,6

**9.5:** 2,5,6

**Exercício 1** *Derive as seguintes funções:*

a)  $\tan^2(\arcsin x)$

b)  $\arctan(x^2 - 1)$

c)  $x^2 \arcsin x$

d)  $\frac{1}{2} \arctan(e^{2x})$

e)  $x (\arcsin x)^2 - 2x + 2\sqrt{1-x^2} \arcsin x$

f)  $\arctan\left(\frac{a}{\sqrt{a^2+x^2}}\right)$

g)  $a \arccos\left(1 - \frac{x}{a}\right) - \sqrt{2ax - x^2} \quad (a > 0)$

h)  $\sqrt[3]{\frac{\arctan x}{\arctan(2x)}}$

i)  $\frac{(1+x^2) \arctan x - x}{2}$

j)  $(1+x^2) \arctan x$

k)  $e^{(\arctan x)^3}$

l)  $(\arctan x)^2$

m)  $\arctan \sqrt{x^2 + 1}$

n)  $\arcsin(x^2 - 1)$

o)  $\frac{\arccos x}{x}$

p)  $\sin x \arccos(2x)$

q)  $e^{\arccos(\frac{x}{2})}$

**Exercício 2** *Simplifique:*

- a)  $\sin^2(\arcsin x)$
- b)  $\cos^2(\arccos x)$
- c)  $\sin(\arccos x)$
- d)  $\cos(\arcsin x)$
- e)  $\tan(\arccos x)$
- f)  $\tan(\arcsin x)$

**Exercício 3** *Considere a função  $f(x) = (1 - 2x)e^{-x}$  definida em  $\mathbb{R}$ . Indique a resposta correcta:*

- a)  $f$  é côncava em  $[\frac{5}{2}, +\infty)$
- b)  $f$  é convexa em  $(-\infty, +\infty)$
- c)  $f$  é côncava em  $(-\infty, \frac{5}{2}]$
- d)  $f$  é convexa em  $[\frac{5}{2}, +\infty)$

**Exercício 4** *Considere a função real de variável real  $f(x) = \left| \frac{\ln x}{x} \right|$ .*

- a) Mostre que a função  $f$  não é diferenciável em  $x = 1$ .
- b) Escreva a função derivada de  $f(x)$ .
- c) Estude a função relativamente a monotonia e a máximos e mínimos locais.