

## Análise Matemática III

### LISTA 2

- (1) Descreva parametricamente e determine a dimensão de cada uma das seguintes variedades:
- (a)  $M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3: x^2 + y^2 = 1, y > |x|, |z| < 2\}$ .
  - (b)  $M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3: (\sqrt{x^2 + y^2} - 4)^2 + z^2 = 1\}$ .
  - (c)  $M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3: x^2 + y^2/4 + z^2/9 = 3\}$ .
- (2) Considere as variedades seguintes e determine as suas dimensões e espaços tangente e normal no ponto  $p$ :
- (a)  $M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3: x^2 + y^2 = 1, z = x^2 - y^2\}$ ,  $p = (1, 0, 1)$
  - (b)  $M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3: x^2 + y^2 = z^2 + 1, 0 < z < 2\}$ ,  $p = (0, \sqrt{2}, 1)$
- (3) Determine os extremos de  $f$  em  $S$ :
- (a)  $f(x, y) = x$ ,  $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2: x^2 + 2y^2 = 3\}$ .
  - (b)  $f(x, y) = x^2 + y^2$ ,  $S = \{(x, 2) \in \mathbb{R}^2: x \in \mathbb{R}\}$ .
  - (c)  $f(x, y) = x^2 - y^2$ ,  $S = \{(x, \cos x) \in \mathbb{R}^2: x \in \mathbb{R}\}$ .
  - (d)  $f(x, y, z) = x$ ,  $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3: x^2 + y^2 = 2, x + z = 1\}$ .
- (4) Decomponha a unidade num produto de três números positivos cuja soma seja mínima. *Sugestão:* Escreva a soma como uma função a minimizar, sobre a superfície que corresponde ao produto de três números positivos.
- (5) \*Considere uma matriz  $A$  simétrica  $3 \times 3$  não nula, e a função  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  dada por

$$f(x) = \frac{1}{2}x \cdot Ax.$$

Sabendo que  $f$  tem máximo e mínimo em

$$S^2 = \{x \in \mathbb{R}^3: x \cdot x = 1\},$$

mostre que existe  $x_0 \in S^2$  e  $\lambda \neq 0$  tais que  $Ax_0 = \lambda x_0$ .