INSTITUTO SUPERIOR DE ECONOMIA E GESTÃO – UTL

1º Ano / 1º Semestre

Matemática 1 - Época Normal

Primeira Parte (9 valores)

08/01/2009

NOME:____ ***Nº***: __________________

As 6 perguntas seguintes são de escolha múltipla, **devendo ser respondidas no próprio enunciado**. Cada resposta correcta vale 1.5 valores e cada resposta incorrecta é penalizada em 0.5 valores. Assinale apenas uma resposta a cada pergunta.

1. Considere uma série numérica $\sum a_n$ e a respectiva sucessão das somas parciais, S_n. Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

   ☐ Se $\lim a_n = 0$ então $\sum a_n$ é convergente.
   ☐ Se S_n for limitada então $\sum a_n$ é convergente.
   ☐ Se S_n for crescente então $\sum a_n$ é divergente.
   ☐ Se $\sum a_n$ for convergente então $\lim a_n = 0$.

2. Indique o valor de $L = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x \ln x}{1+x^2}$

   ☐ $L = +\infty$ ☐ $L = 0$ ☐ $L = 1$ ☐ $L = -1$

3. Indique o valor do integral $\displaystyle\int_0^1 \ln(1+x^2)\,dx$.

   ☐ $\ln 2 - 2 + \dfrac{\pi}{2}$ ☐ $\ln 2 - 1 - \dfrac{\pi}{4}$ ☐ $\ln 2 - \dfrac{\pi}{4}$ ☐ $\dfrac{\pi}{2}$

4. Sabendo que $\boldsymbol{A}$ é uma matriz quadrada de ordem 2 e que $|\boldsymbol{A}| = 18$, indique o valor do determinante de $\frac{1}{3}\boldsymbol{A}$.

   ☐ 6 ☐ $\dfrac{1}{3}$ ☐ 2 ☐ 0

5. Qual das seguintes funções é a derivada de $G(x) = \displaystyle\int_0^x e^{x-t^2}\,dt$?

   ☐ e^{1-x^2} ☐ $G(x) + e^{1-2x}$ ☐ e^{-x^2} ☐ $G(x) + e^{x-x^2}$

6. Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função contínua no seu domínio, definida por

$$f(x) = \begin{cases} \arctan\dfrac{1}{x}, & x > 0 \\ a + bx, & x \leq 0 \end{cases}$$

   Qual o valor das constantes a, b ?

   ☐ $a = 1,\ b = 0$ ☐ $a = 1,\ b \in \mathbb{R}$ ☐ $a = \frac{\pi}{2},\ b \in \mathbb{R}$ ☐ $a = b = 0$

INSTITUTO SUPERIOR DE ECONOMIA E GESTÃO – UTL

1º Ano / 1º Semestre **Matemática 1 - Época Normal** 08/01/2009

Segunda Parte (11 valores)

Os cálculos que tiver que efectuar para responder às perguntas seguintes devem ser cuidadosamente justificados.

Cotações: 1. 2.0+1.5 val **2.** 1.0+1.0 val **3.** 1.5 val **4.** 2.5 val **5.** 1.5 val

1. Considere o sistema linear

$$\begin{cases} x & +2y & -\alpha z & = & 1 \\ 2x & -y & -z & = & \beta \\ 9x & -2y & +z & = & -1 \end{cases} \quad , \qquad \text{com } \alpha, \beta \in \mathbb{R}.$$

   a) Classifique o sistema em função dos valores dos parâmetros α e β.

   b) Resolva o sistema para $\alpha = \beta = 0$.

2. Considere a função $f(x) = \dfrac{x}{1+x^2}$.

   a) Estude a função quanto à monotonia e determine os seus extremantes locais.

   b) Determine os intervalos em que a função é côncava e convexa.

3. Seja $y = f(x)$ uma função definida implicitamente, em torno de $x = 0$, através da equação $x^4 + y^4 + 10\,y^3\,x^2 + x^2\,y = 1$. Sabendo que $f(0) = 1$, mostre que $x = 0$ é um ponto estacionário de $f(x)$.

4. Determine $F(x) = \displaystyle\int \frac{2x+1}{x^2+1}\,dx$ e $G(x) = \displaystyle\int x^2 \sin(x^3)\,dx$, de modo que $F(0) \pm G(0) = 1$.

5. Seja f uma função duas vezes diferenciável em $\mathbb{R}$, com a segunda derivada limitada e tal que $f(0) = f'(0) = 0$. Prove que existe uma constante $k > 0$ tal que $|f(x)| \leq k\,x^2$ (**sugestão**: utilize a fórmula de Taylor).

BOA SORTE!!

☺