

Matemática I

1º semestre - 2012/13

Licenciaturas em Economia, Finanças e Gestão

Soluções de Exercícios

Análise Matemática

2 Números reais. Breves Noções topológicas

2.3

- a) $] - 1, 1[$;
- b) \emptyset
- c) $]a - \epsilon, a + \epsilon[$;
- d) $\mathbb{R} \setminus \{0\}$;
- e) $]a, b[$;
- f) $] - 1, 0[\cup]1, +\infty[$;
- g) $] - \infty, \frac{1}{2}[$;

2.4

- a) 3;
- b) 0 e -5;
- c) -3 e 3;

2.7

- a) $]1, 2[$;
- b) $[-1, 0]$;
- c) $] - \infty, -1[\cup]3, +\infty[$;
- d) $] - \infty, -7] \cup]3, +\infty[$;
- e) $] \frac{1}{6}, \frac{1}{4}[$;
- f) $]2, +\infty[$;
- g) $] - \sqrt{3}, -1[\cup]1, \sqrt{3}[$;
- h) $] - \infty, -1[\cup] - 1, 0[$;

2.8

	Majorantes	Minorantes	Supremo	Ínfimo	Máximo	Mínimo
(a)	$[1, +\infty[$	$] -\infty, \sin 1]$	1	$\sin 1$	1	$\sin 1$
(b)	$[\frac{1}{2}, +\infty[$	$] -\infty, -1]$	$\frac{1}{2}$	-1	$\frac{1}{2}$	-1
(c)	$a = 0$	$[0, +\infty[$	0	0	0	0
	$0 < a < 2$	$[a, +\infty[$	a	0	a	-
	$-2 < a < 0$	$[\frac{a^2}{2}, +\infty[$	$\frac{a^2}{2}$	a	$\frac{a^2}{2}$	a
(d)	-	$] -\infty, 1]$	-	1	-	-
(e)	$[2, +\infty[$	$] -\infty, 0]$	2	0	2	-
(f)	-	$] -\infty, 0]$	-	0	-	-

2.9

	Interior	Fronteira	Aderência	Derivado
(a)	$]2, 3[\cup]4, 10[$	$\{2, 3, 4, 10\}$	$[2, 3] \cup [4, 10]$	$[2, 3] \cup [4, 10]$
(b)	$]5, 7[$	$\{5, 7, 15\}$	$[5, 7] \cup \{15\}$	$[5, 7]$
(c)	\emptyset	$[0, 1]$	$[0, 1]$	$[0, 1]$
(d)	\emptyset	$[2, 3]$	$[2, 3]$	$[2, 3]$

	Majorantes	Minorantes	Supremo	Ínfimo	Máximo	Mínimo
(a)	$[10, +\infty[$	$] -\infty, 2]$	10	2	-	2
(b)	$[15, +\infty[$	$] -\infty, 5]$	15	5	15	-
(c)	$[1, +\infty[$	$] -\infty, 0]$	1	0	-	-
(d)	$[3, +\infty[$	$] -\infty, 2]$	3	2	3	2

2.10

	Interior	Fronteira	Aderência	Derivado
(a)	$] -7, 7[$	$\{-7, 7\}$	$[-7, 7]$	$[-7, 7]$
(b)	\emptyset	$[-7, 7]$	$[-7, 7]$	$[-7, 7]$

2.11

	Interior	Fronteira	Aderência	Derivado
(a)	\emptyset	$A \cup \{1\}$	$A \cup \{1\}$	$\{1\}$

(b) O conjunto não é aberto nem fechado.

2.12

	Interior	Fronteira	Derivado
	$] -\sqrt{2}, 2[$	$[-8, -\sqrt{2}] \cup [2, \sqrt{13}]$	$[-8, \sqrt{13}]$

2.13 (a) $\text{int}(A \cup B) =] -2, 1[$

(b) $(A \cup B)' = [-2, 1] \cup \{2\}$

2.14 (a) $A =] -\sqrt{2}, \sqrt{2}[\setminus \{0\}$;

(b) $\text{Sup}(A \cap B) = \frac{5}{4}$;

$\text{Inf}(A \cap B) = 0$;

3 Sucessões numéricas

3.15 (a) 0

(b) 0

(c) 1

(d) $\frac{2}{3}$

(e) 0

(f) 0

- 3.18** (a) 0
 (b) $+\infty$
 (c) $\begin{cases} 0 & \text{se } |\cos(x)| < 1, \\ 1 & \text{se } \cos(x) = 1, \\ \nexists & \text{caso contrário} \end{cases}$
 (d) $\frac{2}{e}$
 (e) 1
 (f) $+\infty$
 (g) $+\infty$
 (h) 2
 (i) $\frac{1}{e}$
 (j) 0
 (k) 1
 (l) 0

- 3.19** (a) e^4
 (b) 0
 (c) 1

3.20 $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

4 Séries numéricas e de potências

4.21

série geométrica	razão	convergência	soma
(a)	$\frac{1}{2}$	sim	2
(b)	3	não	—
(c)	$\frac{2}{3}$	sim	$\frac{4}{3}$
(d)	$\frac{1}{4}$	sim	$\frac{1}{48}$
(e)	5	não	—

1. 4.22

série	intervalo	soma
(a)	$] -\frac{1}{2}, +\infty[$	$x + 1$
(b)	$] -\infty, -2[\cup] 2, +\infty[$	$\frac{x}{x-2}$
(c)	$] -2, 2[\setminus \{0\}$	$\frac{1}{ x }$
(d)	$] -2, 0[$	$-\frac{1}{x(x+2)}$
(e)	\mathbb{R}	e^x
(f)	$] -\infty, -2[\cup] 2, +\infty[$	$e^x + \frac{4}{x(x-2)}$
(g)	\mathbb{R}	$e^x - x - 1$
(h)	\mathbb{R}	$e^{1- x }$
(i)	\mathbb{R}	$e^{(x+1)^2} - 1 - (x+1)^2 - \frac{(x+1)^4}{2}$
(j)	\mathbb{R}	$(x-2)^3(e^{x-2} - x + 1)$

- 4.23 (a) $\frac{11}{3}$
 (b) $\frac{174603}{111111}$
 (c) $\frac{13}{11}$
 (d) 1

- 4.24 (a) *Raio* = 1, $x \in]-1, 1[$
 (b) *Raio* = 1, $x \in]-1, 0[$
 (c) *Raio* = 3, $x \in]-1 - \sqrt{3}, -1 + \sqrt{3}[$
 (d) *Raio* = e, $x \in]-e, e[$