

Matemática I

1º semestre - 2012/13

Licenciatura em Economia, Finanças e Gestão

Exercícios

Análise Matemática

7 Primitivas e integrais

7.1. Calcule as primitivas das funções seguintes (de forma imediata)

1) $f(x) = x^2$

2) $f(x) = 2x + 2$

3) $f(x) = \frac{1}{2}x^2$

4) $f(x) = 2x^2 + 4x + 4$

5) $f(x) = c$

6) $f(x) = 2x^2 + 4$

7) $f(x) = 2x^5 + 8x^2 + x - 78$

8) $f(x) = \frac{1}{x^2} + 3x^{\frac{1}{3}}$

9) $f(x) = \frac{3}{x^4} - \sqrt[4]{x} + x$

10) $f(x) = 6x^{1/3} - x^{0.4} + \frac{9}{x^2}$

11) $f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x}} + \sqrt{x}$

12) $f(x) = (x^4 + 4x + 2)(2x + 3)$

13) $f(x) = (2x - 1)(3x^2 + 2)$

14) $f(x) = (x^3 - 12x)(3x^2 + 2x)$

15) $f(x) = (a + bx^3)^2$

16) $f(x) = \sqrt{2ax}$

17) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

18) $f(x) = \cos 5x \sin 5x$

- 19) $f(x) = \sin^5 4x \cos 4x$
 20) $f(x) = 4e^{5x}$
 21) $f(x) = xe^{4x^2}$
 22) $f(x) = (x + 5)^2 e^{(x+5)^3}$
 23) $f(x) = \frac{1}{1+x}$; $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$; $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$; $f(x) = \frac{x}{(1+x^2)^2}$
 24) $f(x) = \frac{e^x}{1+e^x}$; $f(x) = \frac{e^x}{1+e^{2x}}$; $f(x) = \frac{e^x}{(1+e^x)^2}$
 25) $f(x) = \frac{\cos x}{1+\sin x}$; $f(x) = \frac{\cos x}{1+\sin^2 x}$; $f(x) = \frac{\cos x}{(1+\sin x)^2}$; $f(x) = \cos x(1+\sin x)^2$
 26) $f(x) = \frac{\ln x}{x}$; $f(x) = \frac{\ln^5 x}{x}$; $f(x) = \frac{1}{x(1+\ln x)}$; $f(x) = \frac{1}{x(1+\ln^2 x)}$

7.2. Primitive as seguintes funções racionais

- 1) $f(x) = \frac{1}{(x+1)(x+2)}$
 2) $f(x) = \frac{x}{x+1}$
 3) $f(x) = \frac{1}{x(x+1)}$
 4) $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 1}{x^2 - 5x + 8}$
 5) $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$
 6) $f(x) = \frac{x^2 + 2x}{x^2 - 1}$
 7) $f(x) = \frac{x}{x^4 + 4}$
 8) $f(x) = \frac{2x^3}{x^4 - 1}$

7.3. Primitive por partes as funções seguintes

- 1) $f(x) = xe^x$; $f(x) = x^2e^x$; $f(x) = x^2e^{3x}$
 2) $f(x) = \ln x$; $f(x) = \arctan x$;
 3) $f(x) = x \sin x$
 4) $f(x) = x \cos 3x$
 5) $f(x) = \frac{x}{e^x}$
 6) $f(x) = \frac{x^2 + 2x}{x^2 - 1}$
 7) $f(x) = x^2 \ln x$

- 8) $f(x) = x \arctan x$
- 9) $f(x) = \sin 2x \cos 3x$
- 10) $f(x) = x \sin x \cos x$

7.4. Primitiva por substituição as funções seguintes

- 1) $f(x) = \frac{x + \sqrt{x}}{x - \sqrt{x}}$
- 2) $f(x) = \frac{x^3}{\sqrt{2 - x^2}}$
- 3) $f(x) = \frac{\sqrt{x} - 1}{\sqrt[3]{x} + 1}$
- 4) $f(x) = \frac{e^{3x}}{1 - e^{2x}}$
- 5) $f(x) = \frac{\cos x}{\sin^2 x - 2}$
- 6) $f(x) = 2 + \sqrt{1 - x^2}$
- 7) $f(x) = \frac{e^{2x}}{\sqrt{1 + e^x}}$

7.5. Primitiva as seguintes funções

- 1) $f(x) = (-2x + 5)e^{-x}$
- 2) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x + 1}}$
- 3) $f(x) = e^{\sqrt{x}}$
- 4) $f(x) = xe^{-x^2}$
- 5) $f(x) = x(x^2 + 1)^{20}$
- 6) $f(x) = x \cos x$
- 7) $f(x) = \frac{1}{e^{2x} - 3e^x}$
- 8) $f(x) = \frac{\sqrt{1 + \sqrt{x}}}{\sqrt{x}}$
- 9) $f(x) = \frac{x^6 + 1}{x + 1}$
- 10) $f(x) = \frac{\sin x}{1 + \sin x}$

7.6. Calcular os integrais seguintes

- 1) $\int_1^2 x^2 - 2x + 3dx$
- 2) $\int_0^8 \sqrt{2x} + \sqrt[3]{x}dx$

$$3) \int_1^4 \frac{1 + \sqrt{x}}{x^2} dx$$

$$4) \int_0^{\pi/4} \cos^2 x dx$$

$$5) \int_e^{e^2} \frac{1}{x \ln x} dx$$

$$6) \int_0^{-3} \frac{1}{\sqrt{25 + 3x}} dx$$

7.7. Calcular a área da figura limitada pela parábola $y = \frac{x^2}{2}$ e as rectas de equações $x = 1$, $x = 3$ e $y = 0$.

7.8. Calcular a área compreendida entre as curvas de equações

(a) $y = x^2 + 2x + 1$, $y = x^2 - 2$, $x = 0$, $y = 0$ e $x = 2$.

(b) $y = \frac{1}{x}$, $y = e^{x/4}$, $x = 0$, $x = 1$ e $x = 2$.

(c) $y = x^3 + 1$ e $y = 2x^2 + x - 1$.

(d) $y = 2 - x^2$ e $y^3 = x^2$.

7.9. Calcular os integrais impróprios seguintes

(a) $\int_0^{+\infty} \frac{1}{1 + x^2} dx$

(b) $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx$

(c) $\int_1^1 \frac{1}{x^2} dx$

(d) $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

(e) $\int_0^{+\infty} \frac{\arctan x}{x^2 + 1} dx$

(f) $\int_0^1 \ln x dx$

7.10. Calcular as derivadas das seguintes funções

(a) $\int_0^x t^4 dt$

(b) $\int_{-x}^x t^4 dt$

(c) $\int_0^{x^2} e^{t^2} dt$

(d) $\int_{\sin x}^{\cos x} e^t dt$

7.11. Calcular os limites seguintes

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \cos t dt}{x}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \sin^2 t dt}{x^3}$