

# MATEMÁTICA I

## Licenciatura em Economia, Finanças e Gestão

### 2012-13 Teste de auto-avaliação (3)

1. Determine  $D$  o domínio das funções seguintes

$$(a) f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 9}}{\ln x + 10}$$

$$(b) f(x) = \frac{\sqrt{|x| - 9}}{e^{x+10} - 1}$$

$$(c) f(x) = \frac{\ln(1 - \sin^2 x)}{|\cos x| - 1}.$$

2. Estude a existência de limite das seguintes funções nos pontos indicados

$$(a) f(x) = \sin^3 \left( \frac{2x + 5}{7x + 10} \right) \cdot \arctan(3x^2 + 4x) \text{ no ponto } 0$$

$$(b) f(x) = \frac{x^4 \sqrt{\sin^2(x + 1)}}{\sqrt{x^4 + x^2}} \text{ no ponto } 0$$

$$(c) f(x) = \frac{x \sin(x - 1)}{(x - 1)^2}$$

3. Estude o domínio de definição e de continuidade das funções seguintes

$$(a) f(x) = \frac{x}{\sqrt{1 - \cos x}} \text{ se } x \neq 0 \text{ e } 0 \text{ no ponto } 0$$

$$(b) f(x) = \ln 1 + |x|$$

$$(c) f(x) = \frac{|x^2 + 2x - 3|}{x + 2}$$

4. Mostre que:

(a) todo o polinómio de grau mpar se anula pelo menos num ponto

(b) o polinómio  $x^8 + 3x^4 - 1$  tem pelo menos duas raízes reais distintas

5. Responda às seguintes questões

(a) Seja  $f(x) = \ln|x - 2|$  se  $x \leq 0$  e  $f(x) = x^2 + mx + p$  se  $x > 0$ .

Determine  $m$  e  $p$  de tal modo que  $f$  seja contínua em toda a recta real.

(b) Sejam  $f$  e  $g$  duas funções contínuas reais de variável real tais que

$$f(0) = 0, \quad g(0) > 0, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) > \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x).$$

Mostre que existe  $x > 0$  tal que  $f(x) = g(x)$ .