

# MATEMÁTICA I

## Licenciatura em Economia, Finanças e Gestão

### 2012-13 Teste de auto-avaliação (4)

1. Calcule as derivadas das funções seguintes e indique o respectivo valor nos pontos indicados.
  - (a)  $f(x) = e^{x^2+4x+2\sin(4x)}$ ; no  $x = 0$
  - (b)  $f(x) = \frac{\sin^4(5x)}{\cos(4x)}$ ; no ponto  $x = \pi/2$
  - (c)  $f(x) = \sqrt{\arctan(1 + 4x)}$ ; no ponto  $x = 0$
2. Responda às seguintes questões
  - (a) Será possível afirmar, usando o teorema de Rolle, que a função  $f(x) = 4 - |5 - x|$  possui um ponto crítico no intervalo  $[1, 9]$ ? Justifique.
  - (b) Mostre, usando o teorema de Lagrange, que  $\arctan e^x < x + \frac{\pi}{4}$ , se  $x > 0$ .
3. Responda às questões seguintes:
  - (a) Escreva a fórmula de Mac-Laurin da função  $f(x) = (1 + x)^\alpha$  até à ordem 4.
  - (b) Comente o facto de a função  $f(x) = e^{x^3}$  ser analítica e escreva a respectiva série de potências.
4. Considere a função definida por

$$f(x) = \begin{cases} \arctan(x^2 - 6x + 8), & \text{se } x \leq 2 \\ 2 + \frac{1}{3-x}, & \text{se } x > 2 \end{cases}$$

e determine os elementos seguintes:

- (a) domínio;
  - (b) limites em  $+\infty$ ,  $-\infty$ , 2 e 3,
  - (c) domínio de diferenciabilidade;
  - (d) intervalos de monotonia e máximos e mínimos relativos, se existirem.
5. Estude a função seguinte, determinando todos os elementos úteis ao seu estudo (domínio, limites, assíntotas, intervalos de monotonia, extremos relativos, concavidades) e esboce o gráfico respectivo.

$$f(x) = \frac{1}{x} e^{\frac{1}{x}}$$