1º Ano/2º Semestre	**Matemática I**	**Época Normal 2006/2007**
VERSÃO A		Duração da prova: **2** horas

Primeira Parte (15 valores)

As **10** perguntas são de escolha múltipla. Preencha a folha de respostas, assinalando com uma cruz a versão **A** e indicando uma só resposta. Cada resposta correcta vale **1,5**. As respostas erradas são penalizadas.

1. A soma da série $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1-x^2\right)^n$ é igual a:

a) $\frac{1}{x^2}-1$ se $x \in \left(-\sqrt{2},\ \sqrt{2}\right)$

b) $\frac{1}{x^2}-1$ se $x \in \left(-\sqrt{2},\ \sqrt{2}\right) \setminus \{0\}$

c) $\frac{1}{x^2}$ se $x \in \left(-\sqrt{2},\ \sqrt{2}\right) \setminus \{0\}$

d) $\frac{1}{x^2}$ se $x \in \left(-\sqrt{2},\ \sqrt{2}\right)$

2. Seja a função $y = f(x)$ definida implicitamente pela equação $2x^3y + y^2 = x+1$. A equação da recta tangente ao gráfico da função $f(x)$ no ponto $(-1,\ 0)$ é:

a) $y=-\frac{x}{2}-\frac{1}{2}$ b) $y=-\frac{x}{2}+\frac{1}{6}$ c) $y=\frac{x}{6}+\frac{1}{6}$ d) $y=\frac{x}{6}-\frac{1}{2}$

3. O domínio da função $f(x)=\frac{\ln(x^2+1)}{\sqrt{5-3x}}$ é o intervalo:

a) $\left[\frac{5}{3},\ \infty\right)$ b) $\left(\frac{5}{3},\ \infty\right)$ c) $\left(-\infty,\ \frac{5}{3}\right]$ d) $\left(-\infty,\ \frac{5}{3}\right)$

4. Seja a função $f(x) = xe^{1-ax}$, com $a \in \mathbb{R}$. A elasticidade de f em relação a x é igual a:

a) $-ax$ b) $1+ax$ c) $1-ax$ d) ax

5. Considere a função $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 1$. O teorema do valor médio estabelece que:

a) A função f não tem zeros no intervalo $(0,\ 1)$

b) A função f tem um zero no intervalo $(0,\ 1)$

c) A derivada da função f não tem zeros no intervalo $(0,\ 1)$

d) A derivada da função f tem um zero no intervalo $(0,\ 1)$

6. O integral indefinido $\int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\, dx$ é igual a:

a) $-\sqrt{1-x^2}+\mathrm{k}$ b) $x^2\sqrt{1-x^2}+\mathrm{k}$ c) $2\sqrt{1-x^2}+\mathrm{k}$ d) $-\frac{1}{2}\sqrt{1-x^2}+\mathrm{k}$

7. O integral definido $\int_0^{\pi} x \operatorname{sen}\left(\frac{x}{2}\right)\, dx$ é igual a:

a) 1 b) 0 c) 4 d) -1

8. Indique o valor correcto do determinante da matriz:

$$\begin{bmatrix} 1+a & 1 & 1 & 1 \\ a & 1 & 0 & 0 \\ a & 1 & 1 & 0 \\ a & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

a) $1+a$ b) 1 c) a d) -1

9. Seja a matriz $\mathrm{A}=\begin{bmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ e B a matriz inversa de A.

O elemento b_{23} de B é igual a:

a) $-\frac{1}{5}$ b) $\frac{1}{5}$ c) $\frac{1}{2}$ d) $-\frac{1}{2}$

10. Considere a matriz seguinte:

$$\mathrm{A}=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & \alpha & 6 & 2 \end{bmatrix},\ \alpha \in \mathrm{R}$$

A característica da matriz A é:

a) 3 $\forall \alpha \in \mathrm{R}$ b) 1 se $\alpha = 4$ c) 2 se $\alpha \neq 4$ d) 3 se $\alpha \neq 4$

<u>Segunda Parte</u> (5 valores)

Os cálculos que tiver de efectuar para responder às 2 perguntas seguintes devem ser cuidadosamente justificados.
<u>Cotações</u>: 1.a) **1,5**; 1.b) **0,5**; 2.a) **1**; 2.b) **1**; 2.c) **1**.

1. Considere o sistema de equações lineares:

$$\begin{cases} x + \ \ y + cz = 0 \\ x + 2y + az = 0 \\ x + \ \ y + bz = c \end{cases} \quad , \text{ com } a, b, c \in \mathbb{R}$$

a) Determine os valores dos parâmetros a, b e c que tornam o sistema possível e determinado, possível e indeterminado e impossível.

b) Resolva o sistema para $b = 4$ e $c = 1$.

2. Considere a função real de variável real

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\ln x}{x} & \text{se } x \geq 1 \\ -\dfrac{\ln x}{x} & \text{se } 0 < x < 1 \end{cases}$$

a) Mostre que a função f não é diferenciável em $x = 1$.

b) Escreva a função derivada de $f(x)$.

c) Estude a função relativamente a monotonia e a máximos e mínimos locais.