Instituto Superior de Economia e Gestão – UTL

1º ano/1º semestre **Matemática I – Época de Recurso** 27/01/2009

NOME: ____ **Nº:** ________

Primeira Parte (9 valores)

As 6 perguntas seguintes são de escolha múltipla, devendo ser respondidas no próprio enunciado. Cada resposta correcta vale 1,5 valores e cada resposta incorrecta é penalizada em 0,5 valores.

1. A soma da série $\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx+1}$ é igual a:

☐ $\frac{1}{e^{x+1}}$, para $x \in (0,+\infty)$; ☐ $\frac{e^{x+1}}{e^{x}-1}$, para $x \in (-1,\, 1)$;

☐ $\frac{1}{e^{x+1}}$, para $x \in (-1,\, 1)$; ☐ $\frac{e^{x+1}}{e^{x}-1}$, para $x \in (0,+\infty)$.

2. Seja a função $y = f(x)$, definida implicitamente pela equação: $4x^2 y + ay^2 = b$, com a e b reais. Sabendo que o declive da recta tangente ao gráfico da função *f* no ponto $(1,1)$ é igual a $-\frac{4}{3}$, indique os valores das constantes a e b :

☐ $a = 1, b = 5$; ☐ $a = -\frac{4}{3}, b = \frac{7}{3}$; ☐ $a = \frac{5}{8}, b = \frac{13}{8}$; ☐ $a = 3, b = 4$.

3. Indique o valor de $L = \lim_{x \to 0} \frac{\ln[\cos(2x)]}{x^2}$:

☐ $L = -1$; ☐ $L = 0$; ☐ $L = -2$; ☐ $L = +\infty$.

4. Sabendo que *A* e *B* são matrizes quadradas da mesma ordem e que $|A| = 3$ e $|B| = 9$, indique o valor de $|A^{-1} B|$:

☐ 1 ☐ 3; ☐ $\frac{1}{27}$; ☐ 27.

5. Seja a função $h(x) = e^{x}\,(x+1)^2$ definida em R. A elasticidade da função *h* é dada por:

☐ $x + \frac{2x}{x+1}$; ☐ $x + 1$; ☐ $x + \frac{x}{x+1}$; ☐ $\frac{2x}{x+1}$.

6. O valor de $\int_1^e \frac{(1+2\ln x)^{\frac{1}{2}}}{x}\,dx$ é:

☐ $e - 1$; ☐ $\frac{2}{3}$; ☐ $\sqrt{3} - 1$; ☐ $\frac{3\sqrt{3}-1}{3}$.

Instituto Superior de Economia e Gestão – UTL

1º ano/1º semestre **Matemática I – Época de Recurso** 27/01/2009

Segunda parte (11 valores)

Apresente todos os cálculos que tiver de efectuar. Justifique as suas respostas.

Cotações: **1a) 2.0 1b) 1.5 2a) 1.5 2b) 2.0 3) a) 1.0 b) 1.5 4) 1.5**

1. Considere

$$A=\begin{pmatrix}1 & 1 & \alpha & 1\\ 1 & 3 & 1 & 1\\ 2 & 0 & 2 & 2\\ 1 & 3 & 1 & \beta\end{pmatrix}\text{, com } \alpha, \beta \in \mathbb{R} \quad \text{e} \quad \boldsymbol{x}=\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\\ x_4\end{pmatrix}\text{, com } x_i \in \mathbb{R},\ i=1,\dots,4.$$

a) Discuta a característica da matriz A em função dos valores de α e β.

b) Indique os valores de α e β para os quais o sistema $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{0}$ é determinado.

2. Considere o conjunto $U=\left\{(x,y)\in \mathbb{R}^2 : y \geq 1-x,\ \ y \leq -x^2+2x+1,\ 0 \leq x \leq 1\right\}$.

a) Represente graficamente a região definida pelo conjunto U.

b) Calcule a área da região definida pelo conjunto U.

3. Seja a função

$$f(x)=\begin{cases} ax+b, & \text{se } x<1\\ \ln x, & \text{se } x\geq 1\end{cases}\ ,\ a, b \in \mathbb{R}$$

a) Determine os valores de a e de b para os quais a função f é contínua em $x=1$.

b) Determine os valores de a e de b para os quais a função f é diferenciável em $x=1$.

4. Considere a função $F(x)=\int_0^x t\,f(t)\,dt$**,** onde f é uma função continua e estritamente positiva em $\mathbb{R}$. Prove que $x = 0$ é um minimizante local da função $F(x)$.