Análise Matemática II

LISTA 2

(1) Ler capítulo II.2.3 de Campos Ferreira, *Introdução à Análise Matemática.*

(2) Determine a natureza das seguintes séries:

(a) $\sum_{n\geq 1} \frac{1}{n^3+3}$

(b) $\sum_{n\geq 1} \frac{1}{(n+1)^n}$

(c) $\sum_{n\geq 1} \frac{n\sqrt{n}}{(n+1)^3\sqrt{n^3+1}}$

(d) $\sum_{n\geq 1} \frac{1}{n4^n}$

(e) $\sum_{n\geq 1} \frac{k^n}{n!}, k \in \mathbb{R}$

(f) $\sum_{n\geq 1} \frac{n^3}{n!}$

(g) $\sum_{n\geq 1} \frac{n!}{n^2}$

(3) Estude a convergência das seguintes séries:

(a) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2+1}}$

(b) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{e^n n^n}{n!}$

(c) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n!}{(\pi+1)(\pi+2)\dots(\pi+n)}$

(d) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1.3.5\dots(2n+1)}{3.6.9.\dots(3n+3)}$

(e) $\sum_{n=1}^{+\infty} (\sqrt{n+1}-\sqrt{n})$

(f) $\sum_{n=3}^{+\infty} \left(\tan\frac{\pi}{n}\right)^n$;

(g) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^3+3n+2}{n^3+\sqrt{n}+1}$

(h) $\sum_{n\geq 1} \frac{1.3.5\dots(2n-1)}{2.4.6.\dots.(2n).n}$

(i) $\displaystyle\sum_{n\geq 1} \frac{(n+k_1)!}{(n+k_2)!n!}$, com $k_1, k_2 \in \mathbb{N}$;

(j) $\displaystyle\sum_{n\geq 1} \frac{1}{n^2}\cos(n\pi)$

(k) $\displaystyle\sum_{n\geq 1} \frac{1}{n}\sin\frac{\pi}{n}$

(l) $\displaystyle\sum_{n\geq 1} \frac{\sin(\frac{\pi}{n})}{\frac{1}{n}}$

(m) $\displaystyle\sum_{n\geq 1} \frac{1}{n^{n+\frac{1}{n}}}$

(n) $\displaystyle\sum_{n\geq 1} \frac{n.n!}{(2n+1)!}$

(4) Considere a série: $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{(n+1)^2}$.

(a) Justifique que é convergente e calcule a sua soma com erro inferior a $0,01$.

(b) Indique um majorante do erro que comete quando toma para soma da série a soma dos 3 primeiros termos.

(5) Determine se são absolutamente convergentes, simplesmente convergentes ou divergentes as séries cujos termos de ordem n são:

(a) $\dfrac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$

(b) $\dfrac{(-1)^n(n^2+1)}{n^2+n+3}$

(c) $\dfrac{(-1)^n n}{n^2\sqrt{n}}$

(6) Indique para que valores de α as seguintes séries são simplesmente convergentes, absolutamente convergentes ou divergentes:

(a) $\displaystyle\sum_{n\geq 1}(-1)^n\frac{1}{n^\alpha}$

(b) $\displaystyle\sum_{n\geq 1}(1+\cos\alpha)^n$

(7) *(Critério de Dirichlet) Considere sucessões a_n e b_n com a_n decrescente e $\lim a_n = 0$. Mostre que se a sucessão das somas parciais de b_n é limitada, então $\sum a_n b_n$ converge. *Sugestão*: ver Teorema 14 II.2.3.