

Matemática I - 2008/2009

Ficha de exercícios nº 3

Séries numéricas

Exercícios do livro *Sydsaeter, Knut e Hammond, Peter J., Mathematics for Economic Analysis, Prentice Hall, 2003:*

6.5: 2,3,4,6,8

Exercício 1 *Averigue se as seguintes séries são convergentes. Em caso afirmativo, determine a sua soma.*

a) $\sum_{n \geq 0} \left(\frac{1}{2}\right)^n$

b) $\sum_{n \geq 1} 3^n$

c) $\sum_{n \geq 0} \left(\frac{2}{3}\right)^{n+2}$

d) $\sum_{n \geq 3} \left(\frac{1}{4}\right)^{2n}$

e) $\sum_{n \geq 2} 5^{-n}$

Exercício 2 *Indique para que valores de x as séries convergem e calcule as suas somas.*

a) $\sum_{n \geq 0} (3x - 4)^n$

b) $\sum_{n \geq 0} \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^n$

c) $\sum_{n \geq 0} \frac{2^n}{(x+1)^{2n}}$

d) $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{x-3}{2}\right)^n$

e) $\sum_{n=0}^{\infty} (1 - |x|)^n$

f) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{8^n}{(x+1)^{3n}}$

g) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{2^{n-1}}$

Exercício 3 Utilize a teoria das séries geométricas para escrever as seguintes dízimas sob a forma de fracções irredutíveis.

- a) 0,999...
- b) 1,666...
- c) 0,1212...

Exercício 4 Considere a série $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{an^2+n}{n^2-1}$, com $a \in \mathbb{R}$. Indique a resposta correcta:

- a) se $a \neq 0$ então a série é divergente
- b) se $a \neq 0$ então a série é convergente
- c) a série é convergente, $\forall a \in \mathbb{R}$
- d) a série é convergente para $a = 1$

Exercício 5 A soma da série $\sum_{n=1}^{\infty} (1-x^2)^n$ é igual a:

- a) $\frac{1}{x^2} - 1$ se $x \in (-\sqrt{2}, \sqrt{2})$
- b) $\frac{1}{x^2} - 1$ se $x \in (-\sqrt{2}, \sqrt{2}) \setminus \{0\}$
- c) $\frac{1}{x^2}$ se $x \in (-\sqrt{2}, \sqrt{2}) \setminus \{0\}$
- d) $\frac{1}{x^2}$ se $x \in (-\sqrt{2}, \sqrt{2})$

Exercício 6 Considere a série $4x^2 + 16x^4 + 64x^6 + \dots$, com soma S , se possível. Qual das seguintes afirmações está correcta?

- a) $S = (1 - 4x^2)^2 - 1$ se $|x| < \frac{1}{2}$
- b) $S = (1 - 4x^2)^{-1} - 1$ se $|x| < \frac{1}{2}$
- c) $S = (1 - 4x^2)^{-1}$ se $|x| < \frac{1}{2}$
- d) $S = (1 - 4x^2)^{-2}$ se $|x| < 1$