

Matemática I - 2008/2009

Ficha de exercícios nº 5

Funções reais de variável real

Exercícios do livro *Sydsaeter, Knut e Hammond, Peter J., Mathematics for Economic Analysis, Prentice Hall, 2003*:

5.6: 2,7,9

5.4: 2,4

5.5: 4,6

7.4: 1,2

7.1: 1

7.2: 1,3

7.3: 2

Exercício 1 A aproximação quadrática da função $f(x) = (x + 1)^5$ em torno de $x = 1$, é

a) $f(x) \approx 80x^2 - 80x + 32$

b) $f(x) \approx -80x^2 + 80x + 32$

c) $f(x) \approx -80x^2 - 80x - 32$

d) $f(x) \approx 80x^2 + 80x + 32$

Exercício 2 Seja a função $f(x) = \left(\frac{1}{x} - 1\right)^2$. A aproximação de Taylor de segunda ordem de f em torno de $x = 1$ é:

a) $x - 1 + (x - 1)^2$

b) $x - 1 - (x - 1)^2$

c) $-(x - 1)^2$

d) $(x - 1)^2$

Exercício 3 Mostre que a aproximação de Taylor de segunda ordem em torno de zero da função $f(x) = (2x - a)^m$ é

$$(-a)^m + 2m(-a)^{m-1}x + 2m(m-1)(-a)^{m-2}x^2.$$

Exercício 4 Seja $y = f(x)$ uma função definida implicitamente pela equação $y^3 = x^3y + x + 1$. Sabendo que $f(0) = 1$, indique a aproximação linear a $f(x)$ em torno de $x = 0$.

Exercício 5 Seja $F(x) = \frac{1}{2}x^k h(x)$, onde h é uma função diferenciável em todo o seu domínio e k uma constante. A elasticidade $El_x F(x)$ é:

- a) $\frac{1}{2}k + El_x h(x)$
- b) $-\frac{1}{2}k + El_x h(x)$
- c) $k + El_x h(x)$
- d) $-k + El_x h(x)$

Exercício 6 Seja a função $f(x) = be^{\frac{x}{b}-1}$, sendo b uma constante não nula. A elasticidade de f em relação a x é igual a:

- a) x
- b) $\frac{x}{b}$
- c) $\frac{x}{b} El_x f(x)$
- d) $x El_x f(x)$

Exercício 7 Determine a elasticidade em ordem a x das seguintes funções:

- a) $F(x) = [g(x)]^a f(x)$
- b) $F(x) = e^{x+a} f(x)$

Exercício 8 Considere a função real de variável real definida por $f(x) = e^{x-1}$.

- a) Escreva a fórmula de Taylor de ordem n em torno de 1, da função f .
- b) Obtenha a majoração do resto fazendo $x = \frac{1}{2}$ e $n = 3$.

Exercício 9 Use a fórmula de Taylor para calcular $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{x^2}$.