

## Matemática I

Nome \_\_\_\_\_ Turma \_\_\_\_\_

Duração da prova: 2 horasPrimeira Parte (15 valores)

As 10 perguntas são de escolha múltipla. Assinale com uma cruz apenas a resposta correcta. Cada resposta correcta vale 1,5. As respostas erradas são penalizadas.

1. Seja  $h(x) = e^{\alpha f(x) + \beta g(x)}$ , com  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ,  $f$  e  $g$  diferenciáveis em  $\mathbb{R}$ . A elasticidade de  $h$ ,  $El_x h(x)$ , é dada por:

$\alpha x f'(x) + \beta x g'(x)$

$El_x f(x) + El_x g(x)$

$\alpha El_x f(x) + \beta El_x g(x)$

$e^{\alpha El_x f(x) + \beta El_x g(x)}$

2. Considere a função  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{kx} - 1}{3x}, & \text{se } x > 0 \\ x + 2, & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

Indique o valor de  $k$  para o qual a função  $f$  é contínua em  $\mathbb{R}$ .

3

6

-3

0

3. Indique o valor correcto de  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x \sin x}$ :

Não existe

$\frac{1}{2}$

$\infty$

0

4. Considere a seguinte função:

$$g(x) = \begin{cases} ae^x, & \text{se } x \leq 0 \\ be^{-x}, & \text{se } x > 0 \end{cases}, \quad (a, b \in \mathbb{R}^+)$$

A área compreendida entre a curva da função  $g$  e o eixo das abcissas é igual a:

$e^a + e^b$

$a + b$

0

$ae^a - be^{-b}$

5. Os vectores  $(1, 1, 3)$ ,  $(2, 1, 0)$  e  $(a, 1+a, 2a)$  com  $a \in \mathbb{R}$  são linearmente dependentes para o(s) seguinte(s) valore(s) de  $a$ :

$a = 0$

$a \neq -6$

$a = -6$

$a \neq 0$

6. Indique o valor correcto do determinante da seguinte matriz:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$

0

5

1

26

7. O domínio da função  $f$  definida por  $f(x) = \frac{\sqrt{1-e^x}}{\ln(4-x^2)}$  é:

$(-2, -\sqrt{3}) \cup (-\sqrt{3}, 0]$

$(-2, 0) \cup (\sqrt{3}, 2)$

$(-\infty, 0] \cup (\sqrt{3}, 2)$

$(-\infty, 2) \cup (2, +\infty)$

8. Os valores de  $x \in \mathbb{R}$  que satisfazem a desigualdade  $|2x-3| < \frac{1}{5}$  são:

$\frac{7}{5} < x < 5$

$\frac{8}{5} < x < 5$

$\frac{7}{5} < x$

$\frac{7}{5} < x < \frac{8}{5}$

9. A primitiva de  $\int \frac{x+2}{x^2+4x} dx$  é:

$\frac{1}{2} \ln(x^2+4x) + c$

$-\frac{1}{2} \ln(x^2+4x) + c$

$\frac{1}{2} \ln(2x+4) + c$

$\frac{1}{2} \ln(2x+4)^2 + c$

10. A soma da série  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 3^{n+1}}{6^n}$  é:

$\infty$

$-\frac{2}{7}$

$\frac{7}{2}$

$\frac{2}{7}$

**Segunda Parte** (5 valores)

Os cálculos que tiver de efectuar para responder às 2 perguntas seguintes devem ser cuidadosamente justificados.  
Cotações: 1.a) 1,25; 1.b) 1,25; 2. 2,5.

1. Seja o sistema de equações lineares

$$\begin{cases} x + y + az + t = b \\ x + 3y + z + t = 1 \\ 2x + 3y + 2z + 2t = 2 \\ x + 3y + z - ct = 1 \end{cases}$$

- a) Para que valores dos parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$  o sistema é possível e determinado.
- b) Faça  $a = -1$ ,  $b = 1$  e  $c = 0$  e resolva o sistema.

2. Seja uma função  $f$  tal que  $f(-1) = 2$  e  $f(3) = 5$ . Sabendo que a sua derivada  $f'$  é definida por  $f'(x) = \frac{1}{x-2}$ , determine  $f(x)$ .