1º Ano/1º Semestre		**Época Normal 2007/2008**
	Matemática I	
VERSÃO B		**Duração da prova: 2 horas**

Primeira Parte (13,5 valores)

As **9** perguntas são de escolha múltipla. Preencha a **folha de respostas**, assinalando com uma cruz a **versão B** e indicando uma só resposta. Cada resposta correcta vale **1,5**. As respostas erradas são penalizadas.

1. Considere os seguintes vectores de $\mathbb{R}^3$:

$$\overline{u}_1 = (-1,\ 2,\ 3),\ \ \overline{u}_2 = (1,\ -1,\ 2),\ \ \overline{u}_3 = (4,\ -6,\ -2)$$

Indique a resposta correcta:

a) Os 3 vectores são linearmente independentes.
b) O vector $\overline{u}_3$ é combinação linear dos vectores $\overline{u}_1$ e $\overline{u}_2$.
c) Os vectores são ortogonais dois a dois.
d) Nenhuma das respostas anteriores está correcta.

2. Indique o valor correcto de $\mathrm{L} = \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x\cos x - \sin x}{x^2}$:

a) $\mathrm{L} = -\dfrac{1}{2}$ b) $\mathrm{L} = +\infty$ c) $\mathrm{L} = 0$ d) $\mathrm{L} = -\infty$

3. O integral indefinido $\displaystyle\int \frac{1}{9x^2+4}\,dx$ é igual a:

a) $\dfrac{1}{6}\arctan\left(\dfrac{3}{2}x\right) + \mathrm{c}$ b) $4\arctan(3x) + \mathrm{c}$

c) $6\arctan(3x) + \mathrm{c}$ d) $6\arctan\left(\dfrac{3}{2}x\right) + \mathrm{c}$

4. Seja a função $f(x) = \ln(2x+3)$. A aproximação de Taylor de segunda ordem de f em torno de $x = -1$ é:

a) $2(x+1) - (x+1)^2$ b) $2(x-1) - 2(x-1)^2$

c) $2(x-1) - (x-1)^2$ d) $2(x+1) - 2(x+1)^2$

5. A área da região delimitada pelas funções $f(x)=e^x$, $g(x)=(x-1)^2$ e pela recta de equação $x=1$ é igual a:

a) $e-\dfrac{2}{3}$ b) $e+\dfrac{4}{3}$ c) $e-\dfrac{4}{3}$ d) $e+\dfrac{2}{3}$

6. Seja a função $h(x)=f(x\ln x)$, com f diferenciável em $\mathbb{R}$. Sabendo que $f(0)=\sqrt{3}$ e que $f'(0)=2$, indique a equação da recta tangente ao gráfico da função *h*, em $x=1$:

a) $y=2x-2+\sqrt{3}$ b) $y=\sqrt{3}x+2$ c) $y=-2x+\sqrt{3}$ d) $y=2x-\sqrt{3}$

7. Seja a função real de variável real definida por

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{x+1}{x}, & \text{se } x<-1\\ ax+b, & \text{se } -1\le x\le 0\\ 3 & \text{se } x>0\end{cases}$$

Indique os valores de a e b para os quais a função f é contínua:

a) $a=b=-3$ b) $a=3$ e $b=-3$ c) $a=b=3$ d) $a=-3$ e $b=3$

8. A sucessão de termo geral $u_n=\left(\dfrac{2n^2+4}{2n^2+1}\right)^{n^2}$ converge para:

a) $L=e^{\frac{1}{2}}$ b) $L=e^3$ c) $L=1$ d) $L=e^{\frac{3}{2}}$

9. A soma da série $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{x+1}{2}\right)^n$ é igual a:

a) $\dfrac{2}{3-x}$, se $x\in(-3,\ 1)$ b) $\dfrac{2}{1-x}$, se $x\in(-3,\ 1)$

c) $\dfrac{2}{1-x}$, se $x\in(-1,\ 1)$ d) $\dfrac{2}{3-x}$, se $x\in[-1,\ 3)$

<u>Segunda Parte</u> (6,5 valores)

Os cálculos que tiver de efectuar para responder às 2 perguntas seguintes devem ser cuidadosamente justificados.
<u>Cotações</u>: 1.a) **1**; 1.b) **1,5**; 1.c) **1**; 2.a) **1,5**; 2.b) **1,5**.

1. Considere:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 3 & 5 \\ 0 & 5 & 1 & -1 \\ 0 & \alpha & 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ \beta \end{pmatrix} \quad \text{com } \alpha, \beta \in \mathbb{R}$$

a) Determine os valores de α para os quais a segunda linha e a quarta linha da matriz A são ortogonais.

b) Classifique o sistema $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ em função dos valores de α e β.

c) Faça $\alpha = 0$. Sabendo que $B = 3A^{-1}$, calcule o determinante de B.

2. Considere a função com domínio D_f:

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 - x + 1, & x < 0 \\ e^{2x}, & x \geq 0 \end{cases}$$

a) Para que valores de $x \in D_f$, a função f é diferenciável ? Escreva a expressão da função derivada $f'(x)$.

b) Determine $G(x) = \int_{-1}^{x} f(t)dt$, definida em $[-1, \infty)$.