

## Análise Matemática II

### LISTA 4

- (1) \* Dê exemplo de uma sucessão de funções descontínuas em todos os pontos de  $\mathbb{R}$ , uniformemente convergente para uma função contínua em  $\mathbb{R}$ .

- (2) Calcule

(a)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_1^2 e^{-nx^2} dx$

(b)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_0^{1/2} t^n e^{-t} dt$

- (3) Ler capítulos II.2.4 e IV.2.1 de Campos Ferreira, *Introdução à Análise Matemática*.

- (4) Mostre que se  $r > 0$  é o raio de convergência de  $\sum a_n x^n$ , então  $\sum n a_n x^n$  tem o mesmo raio de convergência.

- (5) Calcule

$$\int_0^1 \sum_{n \in \mathbb{N}} \frac{1}{(n+x)^2} dx.$$

- (6) Calcule as somas das seguintes séries nos respectivos intervalos de convergência:

(a)  $\sum_{n \geq 1} \frac{x^n}{n}$

(b)  $\sum_{n \geq 1} n x^n$

(c)  $\sum_{n \geq 1} n^2 x^n$

(d)  $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{2n+1} (x-1)^{2n+1}$

(e)  $\sum_{n \geq 1} (-1)^{n-1} \frac{1}{n(n+1)} (x-1)^{n+1}$

- (7) Desenvolva em série de potências  $\sum a_n (x-x_0)^n$  as seguintes funções, indicando o maior intervalo em que o desenvolvimento é válido:

(a)  $f(x) = \log(3-x)$ ,  $x_0 = 1$ .

(b)  $f(x) = x^{-2}$ ,  $x_0 = -1$ .

(c)  $f(x) = x^2 \log x^2$ ,  $x_0 = 1$ .

- (8) Considere a série  $S(x) = \sum_{n \geq 1} (2n+1)x^{2n}$ .

- (a) Mostre que é convergente no intervalo  $] -1, 1[$ .

- (b) Prove que  $S(0)$  é um mínimo relativo de  $S$ .
- (c) Calcule  $S$ .