

## Análise Matemática III

### LISTA 2

- (1) Esboce detalhadamente os seguintes conjuntos:
- (a)  $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2: 0 < x < 1, x^2 < y < 2x^2\}$ .
  - (b)  $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2: -1 < y < 1, -\sqrt{1-y^2} < x < 2y^2 - 1\}$ .
  - (c)  $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3: 0 < x < 1, x^2/2 < y < x^2, 0 < z < x^2\}$ .
  - (d)  $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3: 0 < x < 1, 0 < y < 1-x, 0 < z < x+y\}$ .
  - (e)  $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3: x^2 + y^2 + z^2/4 < 1\}$ .
  - (f)  $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3: x^2 + y^2 < z^2 + 1\}$ .
- (2) Considere as variedades seguintes e determine as suas dimensões e espaços tangente e normal no ponto  $p$ :
- (a)  $M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3: x^2 + y^2 = 1, z = x^2 - y^2\}$ ,  $p = (1, 0, 1)$
  - (b)  $M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3: x^2 + y^2 = z^2 + 1, 0 < z < 2\}$ ,  $p = (0, \sqrt{2}, 1)$
- (3) Determine os extremos de  $f$  em  $S$ :
- (a)  $f(x, y) = x$ ,  $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2: x^2 + 2y^2 = 3\}$ .
  - (b)  $f(x, y) = x^2 + y^2$ ,  $S = \{(x, 2) \in \mathbb{R}^2: x \in \mathbb{R}\}$ .
  - (c)  $f(x, y) = x^2 - y^2$ ,  $S = \{(x, \cos x) \in \mathbb{R}^2: x \in \mathbb{R}\}$ .
  - (d)  $f(x, y, z) = x$ ,  $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3: x^2 + y^2 = 2, x + z = 1\}$ .
- (4) Decomponha a unidade num produto de três números positivos cuja soma seja mínima. *Sugestão:* Escreva a soma como uma função a minimizar, sobre a superfície que corresponde ao produto de três números positivos.
- (5) \*Calcule o espaço tangente e o espaço normal num ponto do gráfico de uma função  $f: W \rightarrow \mathbb{R}^{n-m}$ ,  $C^1$ , com  $W \subset \mathbb{R}^m$  aberto.