Álgebra Linear – 2008/2009 (2º semestre)

Exercícios suplementares

Ficha nº 3

1. Considere $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -a \\ 0 & 1 & 2 & -2 \\ 1 & 2 & 2 & 0 \end{bmatrix}$, $a \in \Re$ e o vector $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ k \end{bmatrix}$, $k \in \Re$

a. Classifique o sistema $A\,\mathbf{x} = \mathbf{b}$ em função dos valores de a e de k.

b. O vector $\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ pertence ao *span* das colunas da matriz A obtida com a = -2?

2. Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ e o vector $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ k \end{bmatrix}$, $k \in \Re$.

a. Classifique o sistema $A\,\boldsymbol{x} = \mathbf{b}$ em função dos valores de k. Apresente uma solução particular do sistema.
b. Determine o espaço nulo da matriz A e uma base para ele.
c. Seja **u** um vector não nulo do espaço $\Re^3$. Indique, justificando, se o vector **u** pertence ao espaço coluna da matriz A.

3. Considere a transformação $T : \Re^3 \to \Re^3$ definida por:

$$T([x_1, x_2, x_3]) = [x_1 + x_2,\ kx_2, x_3]\ , k \in \Re.$$

a. Determine os valores de k para os quais T é uma transformação linear.

b. Considere k = 0. Apresente uma base para ker (T).

4. Considere a transformação $T : \Re^3 \to \Re^2$ definida por:

$$T([x, y, z]) = [x + 4y - z,\ -9y + 2z].$$

a. Prove que T é uma transformação linear.

b. Determine ker (T).

5. Considere o conjunto $W = \{[x_1, x_2, x_3] \in \Re^3 : x_1 = -x_3\}$.

a. Prove que W é um subespaço de $\Re^3$.
b. Apresente uma base para W.