

**Análise Matemática I – 1º ano MAEG**

**LISTA 1**

- (1) Escreva em notação matemática cada um dos seguintes conjuntos e proposições:
- (a) Os números múltiplos de 6.
  - (b) Os números que não são negativos nem têm parte inteira par.
  - (c) Se me der um número positivo, consigo encontrar outro maior.
  - (d) Há um número positivo  $x$  que se é maior que  $y$  então é maior que  $y^2$ .
  - (e) Entre quaisquer dois racionais existe um irracional.
  - (f) Para qualquer escolha de  $x$  encontro sempre um inteiro com inversa menor que  $x$ .

- (2) Considere os conjuntos

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{x-1}{x+1} < x \right\}, \quad B = \{x \in \mathbb{R} : \exists k \in \mathbb{Z}, x = 4k\} \quad \text{e} \quad C = \left[ -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right].$$

Diga se as seguintes proposições são verdadeiras ou falsas:

- (a)  $\forall y \in B, \exists x \in A : y + x \in C$
- (b)  $\exists x \in A, \forall y \in B : y + x \in C$

*Sugestão:* estude a negação da proposição.

- (3) Indique quais as proposições verdadeiras:

- (a)  $\emptyset \subset \emptyset$
- (b)  $1 \in \{1\}$
- (c)  $\{1\} \in \{1, 2, 3\}$
- (d)  $1 \in \{2\}$
- (e)  $\{1\} \subset \{1, \{2, 3\}\}$
- (f)  $\emptyset = \{x \in \mathbb{N} : x = x + 1\}$
- (g)  $1 \in \mathbb{R}$
- (h)  $1 \in \{\mathbb{R}\}$

- (4) Considere os conjuntos:

$$A = \{x \in \mathbb{R} : |3x - 4| \geq x^2\} \quad \text{e} \quad B = \{x \in \mathbb{R} : \sqrt{|x|} \in \mathbb{N}\}.$$

- (a) Determine  $A$ ,  $A \cap B$  e  $A - B$ .
- (b) Diga qual o valor lógico (verdadeiro ou falso) das seguintes proposições:
  - (i)  $\forall x \in B, \exists y > x, \forall z \in \mathbb{R} : x < z < y \Rightarrow z \in B^c$

$$(ii) \forall x \in A \cap B, \exists y > x, \forall z \in \mathbb{R}: x < z < y \Rightarrow z \in A - B$$

(5) Interprete geometricamente os seguintes conjuntos e indique (caso existam) os seus

sup, inf, max e min:

(a)  $\{x \in \mathbb{R}: |x| < 1\}$

(b)  $\{x \in \mathbb{R}: |x| < 0\}$

(c)  $\{x \in \mathbb{R}: |x - a| < r\}$  onde  $a \in \mathbb{R}$  e  $r \in \mathbb{R}^+$

(d)  $\{x \in \mathbb{R}: |x| > 0\}$

(e)  $\{x \in \mathbb{R}: x^3 > x\}$

(f)  $\{x \in \mathbb{R}: |x - 1| \geq |x|\}$

(6) Quantos elementos têm os seguintes conjuntos:  $\emptyset$ ,  $\{\emptyset\}$ ,  $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$ ,  $\{\{\emptyset\}\}$ .

(7) Mostre que  $\sqrt{5} \notin \mathbb{Q}$ .

(8) Verifique as seguintes implicações:

(a)  $x > 0 \Rightarrow x + x^{-1} \geq 2$

(b)  $0 < x < y \Rightarrow x < \sqrt{xy} < \frac{1}{2}(x + y) < y$