

Instituto Superior de Economia e Gestão - UTL

Exame Para Dirigentes Associativos

1º Ano/1º Semestre

Matemática I

2008/2009

Nome: \_\_\_\_\_ N.º \_\_\_\_\_

Primeira Parte (9 valores)

As 6 perguntas são de escolha múltipla, **devendo ser respondidas no próprio enunciado**. Cada resposta correcta vale 1,5 valores e cada resposta incorrecta é penalizada em 0,5 valores. Assinale apenas uma resposta a cada pergunta.

1. Indique o valor de  $L = \lim_{x \rightarrow 0} (e^x + x)^{\frac{1}{x}}$ :

$L = 1$

$L = 0$

$L = e^2$

$L = \infty$

2. Qual das seguintes afirmações está correcta ?

O domínio de uma sucessão numérica é um subconjunto qualquer de  $\mathbb{R}$ .

O contradomínio de uma sucessão numérica é o conjunto  $\mathbb{N}$ .

Uma sucessão numérica é uma função real de variável natural.

Uma sucessão limitada é uma sucessão monótona.

3. Sejam  $f$  e  $g$  duas funções diferenciáveis em  $\mathbb{R}$  tais que  $h(x) = f[g(x)]$ . Sabendo que  $f(-1) = 2$ ,  $f'(-1) = \frac{1}{3}$ ,  $g(3) = -1$  e  $g'(3) = -4$ , indique a equação da recta tangente ao gráfico da função  $h$ , em  $x = 3$ :

$y = -\frac{4}{3}x + 2$

$y = -\frac{4}{3}x + 6$

$y = -4x + 2$

$y = -x + 5$

4. Seja a função  $y = f(x)$  definida implicitamente pela equação  $x + y + e^{3y} = 3 + e^6$ . Sabendo que  $f(1) = 2$ , indique o valor de  $El_x f(x)$ .

$-\frac{1}{2+6e^6}$

$-\frac{1}{1+3e^6}$

$\frac{1}{1+3e^6}$

$-\frac{1}{2}$

VSFF

5. Considere a função  $f(x) = 1 - \ln[(x-3)^2]$ . Indique qual das seguintes afirmações é verdadeira:

- $(3, f(3))$  é ponto de inflexão da função  $f$ .
- A função  $f$  não tem pontos de inflexão.
- O domínio da função  $f$  é o conjunto  $D_f = (3, +\infty)$ .
- O mínimo da função  $f$  é 0.

6. Considere uma função real de variável real  $f$ , diferenciável tal que  $f(0) = 2$ . Sabendo que  $\int_0^\pi (f'(x) \cos x - f(x) \sin x) dx = 4$ , indique o valor de  $f(\pi)$ .

- $f(\pi) = 0$         $f(\pi) = -\pi$         $f(\pi) = \pi$         $f(\pi) = -6$

Instituto Superior de Economia e Gestão - UTL

Exame Para Dirigentes Associativos

1º Ano/1º Semestre

Matemática I

2008/2009

Segunda Parte (11 valores)

Os cálculos que tiver de efectuar para responder às 3 perguntas seguintes devem ser cuidadosamente justificados.  
Cotações: 1.a) 2; 1. b) 1,5; 1.c) 1,5; 2.a) 2; 2.b) 2; 3. 2.

1. Sejam:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & a \\ 1 & 2 & a^2 - 5 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ a - 4 \end{pmatrix} \quad \text{com } a \in \mathbb{R}$$

- Classifique o sistema  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$  em função dos valores de  $a$ .
- Resolva o sistema para  $a = 2$ .
- Faça  $a = 0$ . Sabendo que  $B$  é uma matriz regular de ordem 3 tal que  $|B| = 4|A^{-1}|$ , calcule  $|2(AB)^{-1}|$ .

2. Considere a função:  $f(x) = \int_{\pi}^{x^2} e^{-2t} dt$

- Indique os intervalos de monotonia e determine os extremos locais da função  $f$ .
- Escreva a fórmula de Taylor de  $f$ , de ordem 1 em torno de  $x = 0$ .

3. Estude a convergência do integral  $I = \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^k}$  em função dos valores do parâmetro real  $k$ .