

INSTITUTO SUPERIOR DE ECONOMIA E GESTÃO

1º Ano / 2º Semestre

Matemática 1

03/06/2009

ÉPOCA NORMAL

NOME: \_\_\_\_\_

Número: \_\_\_\_\_

Primeira Parte (9 valores)

As 6 perguntas seguintes são de escolha múltipla, **devendo ser respondidas no próprio enunciado**. Cada resposta correcta vale 1.5 valores e cada resposta incorrecta é penalizada em 0.5 valores. Assinale apenas uma resposta a cada pergunta.

1. A soma da série  $\sum_{n=1}^{+\infty} x(1+x)^{n-1}$  é igual a:

$-1, x \in (-2, 0)$

$-1/x, x \in (-2, 0)$

$-1, x \in (-\infty, 0)$

$-1/x, x \in (-\infty, 0)$

2. Seja  $y = f(x)$  uma função definida implicitamente pela equação  $xy - x^2 = 2y + x$ . A aproximação linear de  $f(x)$  em torno do ponto  $(4, 10)$  é dada por:

$-5x + 3$

$-\frac{1}{2}(x - 24)$

$\frac{1}{3}(x + 25)$

$x + 3$

3. Considere o integral impróprio  $\int_0^{+\infty} \frac{1}{3+x^2} dx$ . Qual das seguintes afirmações é verdadeira ?

O integral impróprio é divergente.

O integral impróprio é convergente e o seu valor é  $\frac{\sqrt{3}\pi}{10}$ .

O integral impróprio é convergente e o seu valor é  $\frac{\sqrt{3}\pi}{6}$ .

O integral impróprio é convergente e o seu valor é  $\frac{\sqrt{5}\pi}{10}$ .

4. Seja  $f(x) = x \ln(x + 1)$  uma função definida em  $(2, +\infty)$ . A elasticidade da função  $f$  é dada por

$1 + \frac{x^2}{(x+1)f(x)}$

$1 + \frac{x}{(x+1)f(x)}$

$1 + \frac{x^2}{(x-1)f(x)}$

$1 + \frac{x}{(x-1)f(x)}$

5. Sejam  $A$  e  $B$  matrizes invertíveis tais que  $|A| = -3$ . O valor de  $|BAB^{-1}|$  é :

$-12$

$2$

$0$

$-3$

6. Indique o valor de  $L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{x-1} - x + \ln x}{x - 1}$ .

$0$

$e$

$1$

$-1$

INSTITUTO SUPERIOR DE ECONOMIA E GESTÃO

1º Ano / 2º Semestre

Matemática 1

03/06/2009

ÉPOCA NORMAL

Segunda Parte (11 valores)

**Cotação:** **1.** 2.5 + 1.0 + 1.0; **2.** 1.5 + 1.5 + 1.0; **3.** 1.5 + 1.0

1. Considere  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -\alpha \\ 2 & -2 & \alpha \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ \beta \\ \beta + 3 \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ , com  $\alpha, \beta, x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R}$ .

- (a) Classifique o sistema  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$  em função dos valores de  $\alpha$  e  $\beta$ .
- (b) Resolva o sistema para  $\alpha = \beta = -1$ .
- (c) Indique os valores de  $\alpha$  para os quais se verifica  $|A| = |A^{-1}|$ .

2. Considere a função

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} - 1, & \text{se } x \leq -1 \\ \ln(-x) - 2, & \text{se } -1 < x < 0 \\ e^{x+1}, & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

- (a) Estude a continuidade da função  $f$  nos pontos  $x = -1$  e  $x = 0$ .
- (b) Estude a diferenciabilidade da função  $f$  nos pontos  $x = -1$  e  $x = 0$ .
- (c) Determine a função  $f'$  e indique o seu domínio.

3. Calcule uma primitiva de cada uma das seguintes funções.

- (a)  $f(x) = x \cos(x + 1)$
- (b)  $g(x) = e^{x+1} \sin(e^x)$

**INSTITUTO SUPERIOR DE ECONOMIA E GESTÃO**

1º Ano / 2º Semestre

**Matemática 1**

03/06/2009

ÉPOCA NORMAL

NOME: \_\_\_\_\_

Número: \_\_\_\_\_

Primeira Parte (9 valores)

As 6 perguntas seguintes são de escolha múltipla, **devendo ser respondidas no próprio enunciado**. Cada resposta correcta vale 1.5 valores e cada resposta incorrecta é penalizada em 0.5 valores. Assinale apenas uma resposta a cada pergunta.

1. A soma da série  $\sum_{n=2}^{+\infty} x(1+x)^{n-2}$  é igual a:

$-1, x \in (-2, 0)$

$-1/x, x \in (-2, 0)$

$-1, x \in (-\infty, 0)$

$-1/x, x \in (-\infty, 0)$

2. Seja  $y = f(x)$  uma função definida implicitamente pela equação  $xy - x^2 = 2y + x$ . A aproximação linear de  $f(x)$  em torno do ponto  $(5, 10)$  é dada por:

$-5x + 3$

$-\frac{1}{2}(x - 24)$

$\frac{1}{3}(x + 25)$

$x + 3$

3. Considere o integral impróprio  $\int_0^{+\infty} \frac{1}{5+x^2} dx$ . Qual das seguintes afirmações é verdadeira ?

O integral impróprio é divergente.

O integral impróprio é convergente e o seu valor é  $\frac{\sqrt{3}\pi}{10}$ .

O integral impróprio é convergente e o seu valor é  $\frac{\sqrt{3}\pi}{6}$ .

O integral impróprio é convergente e o seu valor é  $\frac{\sqrt{5}\pi}{10}$ .

4. Seja  $f(x) = x \ln(x - 1)$  uma função definida em  $(2, +\infty)$ . A elasticidade da função  $f$  é dada por

$1 + \frac{x^2}{(x+1)f(x)}$

$1 + \frac{x}{(x+1)f(x)}$

$1 + \frac{x^2}{(x-1)f(x)}$

$1 + \frac{x}{(x-1)f(x)}$

5. Sejam  $A$  e  $B$  matrizes invertíveis tais que  $|B| = 2$ . O valor de  $|ABA^{-1}|$  é :

$-12$

$2$

$0$

$-3$

6. Indique o valor de  $L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{x-1} - x - \ln x}{x - 1}$ .

$0$

$e$

$1$

$-1$

INSTITUTO SUPERIOR DE ECONOMIA E GESTÃO

1º Ano / 2º Semestre

Matemática 1

03/06/2009

ÉPOCA NORMAL

Segunda Parte (11 valores)

**Cotação:** **1.** 2.5 + 1.0 + 1.0; **2.** 1.5 + 1.5 + 1.0; **3.** 1.5 + 1.0

1. Considere  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -\alpha \\ 2 & -2 & \alpha \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ \beta \\ \beta + 3 \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ , com  $\alpha, \beta, x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R}$ .

- (a) Classifique o sistema  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$  em função dos valores de  $\alpha$  e  $\beta$ .
- (b) Resolva o sistema para  $\alpha = \beta = -1$ .
- (c) Indique os valores de  $\alpha$  para os quais se verifica  $|A| = |A^{-1}|$ .

2. Considere a função

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} - 1, & \text{se } x \leq -1 \\ \ln(-x) - 2, & \text{se } -1 < x < 0 \\ e^{x+1}, & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

- (a) Estude a continuidade da função  $f$  nos pontos  $x = -1$  e  $x = 0$ .
- (b) Estude a diferenciabilidade da função  $f$  nos pontos  $x = -1$  e  $x = 0$ .
- (c) Determine a função  $f'$  e indique o seu domínio.

3. Calcule uma primitiva de cada uma das seguintes funções.

- (a)  $f(x) = x \cos(x + 1)$
- (b)  $g(x) = e^{x+1} \sin(e^x)$