

Matemática I - 2009/2010

Ficha de exercícios

Semana 5: Sistemas de Equações Lineares (II)

1) **Exercícios do Livro**, *Sydsaeter, Knut e Hammond, Peter, Essential Mathematics for Economic Analysis, Prentice Hall, third edition, 2008:*

Secção 16.1: Exercícios 1, 3 a 5;

Secção 16.2: Exercícios 1 a 4;

Secção 16.3: Exercícios 1, 2;

Secção 16.4: Exercícios 1 a 6;

Secção 16.5: Exercícios 1, 2;

Secção 16.8: Exercícios 1 a 3.

2) **Exercícios adicionais:**

Exercício 1 Determine os valores de a para os quais a matriz

$$A = \begin{pmatrix} a & 1 & 2 \\ 0 & 1-a & a \\ 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

tem como determinante o valor -12 .

Exercício 2 O valor de $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & x & y \\ 2 & 1 & y & x \end{vmatrix}$ é igual a:

a) $-x^2 + y^2 + x + y$ b) $x^2 + y^2 + x - y$

c) $x^2 - y^2 - x - y$ d) As respostas anteriores estão incorrectas

Exercício 3 Considere a matriz real $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$, tal que

$|A| = k$ com $k \in \mathbb{R}$. Indique, justificando, o valor dos determinantes:

$$\begin{aligned} \text{a)} & \begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{vmatrix}; & \text{b)} & \begin{vmatrix} 2a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 2a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 2a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}; & \text{c)} & 3 \cdot \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \\ \text{d)} & \begin{vmatrix} a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \end{vmatrix}; & \text{e)} & \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}; & \text{f)} & \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \end{aligned}$$

Exercício 4 Sejam A e B duas matrizes quadradas de ordem n tais que $|A| = k$ e $|B| = q$, $kq \neq 0$. O determinante de $C = qkAB$ é igual a:

- a) $(qk)^n$ b) $(qk)^{n+1}$ c) $(qk)^2$
d) As respostas anteriores estão incorrectas

Exercício 5 Considere o sistema de equações lineares seguinte

$$\begin{cases} x + z = a \\ y + az = 0 \\ x + (a + 1)z = a + b. \end{cases}$$

- a) Discuta o sistema em função dos valores a e b .
b) Faça $a = 1$ e $b = 1$. Determine x utilizando a regra de Cramer.

Exercício 6 Considere o sistema seguinte

$$\begin{pmatrix} 1 & k & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- a) Discuta o valor de k tal que a distância entre as colunas 1 e 2 da matriz A do sistema seja igual a $2\sqrt{2}$.
b) Faça $k = 0$ e mostre que a propriedade da desigualdade triangular aplica-se à distância entre as 3 colunas da matriz A .
c) Faça $k = 1$. Use a regra de Cramer para determinar o valor de y .