

Matemática I - 2009/2010

Ficha de exercícios

Semana 8: Funções reais (II)

Exercícios do livro *Sydsaeter, Knut e Hammond, Peter J., Essential Mathematics for Economic Analysis, Prentice Hall, 2008*

- 7.4: 5, 6, 8
- 6.2: 2, 3, 4
- 6.4: 1, 4, 6
- 6.5: 4, 6
- 6.6: 5, 7
- 6.7: 2, 4, 10
- 6.8: 1, 2, 8
- 6.9: 2, 4, 7, 9
- 6.10: 1, 3, 5
- 6.11: 1, 3, 7
- 7.1: 5, 6, 7
- 7.12: 1, 3, 4

Exercícios Adicionais

Exercício 1. Derive as seguintes funções:

- a) $\left(\frac{x-1}{x+2}\right)^2$
- b) $\left(\frac{x^2-1}{2x}\right)^3$
- c) $\sqrt{x-3}$
- d) $e^{-\frac{x}{2}}$
- e) $x + \sqrt{x^2-1}$
- f) $\frac{3}{\sqrt{x}}$
- g) $\sqrt[3]{\frac{3-x}{x-1}}$
- h) e^{x^2}
- i) $\cos(3x^2-x)$
- j) $\ln(x^2+1)$
- k) $\ln(\sin x)$
- l) $\frac{x}{\ln x}$
- m) $\ln(e^{3x}+x^2)$
- n) $e^x \ln x$
- o) $\sin(2x+1)$
- p) xe^x
- q) $\cos x + x \cos^2(x^2)$
- r) $\sin x \cos x$
- s) $\tan(x^2+1)$
- t) $\ln \frac{1+x}{1-x}$
- u) $\ln^4(\sqrt{1-x^2})$
- v) $e^{x^3} \ln(x^2)$

Exercício 2. Seja a função $h(x) = f(x \ln x)$, com f diferenciável em \mathbb{R} . Sabendo que $f(0) = \sqrt{3}$ e que $f'(0) = 2$, indique a equação da recta tangente ao gráfico da função h em $x = 1$:

a) $y = 2x - \sqrt{3}$ b) $y = \sqrt{3}x + 2$

c) $y = -2x + \sqrt{3}$ d) $y = 2x - 2 + \sqrt{3}$

Exercício 3. Sejam f e g duas funções diferenciáveis em \mathbb{R} tais que $h(x) = f[g(x)]$. Sabendo que $f(-1) = 2$, $f'(-1) = 1/3$, $g(3) = -1$, e $g'(3) = -4$, indique a equação da recta tangente ao gráfico da função h , em $x = 3$:

a) $y = -\frac{4}{3}x + 2$ b) $y = -\frac{4}{3}x + 6$ c) $y = -4x + 2$ d) $y = -x + 5$

Exercício 4. Calcule os seguintes limites:

a) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin 3x}{1 - 2 \cos x}$ b) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{e^{\sin x} - e^{\cos x}}{\sin x - \cos x}$ c) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{(2x - 1)^2}{e^{2x-1} - 4x^2}$

d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln \left(1 + \frac{1}{x} \right)$ e) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(\sin x)}{\ln(\tan x)}$ f) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$

g) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x e^{-x^2}$ h) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} \right)^{\sin x}$

Exercício 5. Indique o valor correcto de $L = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^\alpha - 2\alpha(x-1) - 2}{3x^2 - 6x + 3}$:

a) $L = -\alpha - 3$ b) $L = 0$ c) $L = \frac{\alpha^2 - \alpha}{3}$ d) L não existe

Exercício 6. Indique o valor correcto de $L = \lim_{x \rightarrow 0^+} x^{5x}$:

a) L não existe b) $L = 1$ c) $L = +\infty$ d) $L = 0$

Exercício 7. Qual o valor do limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin(5/x)}{2/x}$?

a) $\frac{5}{2}$ b) 0 c) $-\frac{5}{2}$ d) $\frac{2}{5}$.