Universidade Técnica de Lisboa – ISEG

Departamento de Matemática

Análise Matemática I – 1º ano MAEG

LISTA 8

(1) Estude as seguintes funções nos seus respectivos domínios e esboce os seus gráficos:
  (a) $f(x) = e^{-x^2}$
  (b) $g(x) = x \log |x|$

(2) Determine a derivada de ordem n das seguintes funções: e^{ax}, $\sin(kx)$ e $e^x . \cos(x)$.

(3) Escreva o polinómio de Taylor de ordem $n \in \mathbb{N}$ em torno do ponto 0 da função $f(x) = \log(1 + x)$.

(4) Prove, utilizando o teorema de Taylor, que:
  (a) $\lim_{x \to 0} \dfrac{e^x - 1 - x}{x} = 0.$
  (b) $\lim_{x \to 0} \dfrac{\cos(x) - 1 + x^2/2}{x^2} = 0.$

(5) Calcule as primitivas das seguintes funções definidas em $\mathbb{R}$:
  (a) $f(x) = 2^{3x}$
  (b) $f(x) = \dfrac{x^3}{a^4 + x^4}$ onde $a \in \mathbb{R}$
  (c) $f(x) = \dfrac{x}{a^4 + x^4}$ onde $a \in \mathbb{R}$
  (d) $f(x) = \dfrac{e^x}{\sqrt[3]{1 + 2e^x}}$
  (e) $f(x) = e^{x+3}$
  (f) $f(x) = x^2 e^{x^3+4}$
  (g) $f(x) = \dfrac{e^x}{1 + e^x}$
  (h) $f(x) = \dfrac{\sin(x)}{1 + \cos^2(x)}$
  (i) $f(x) = \dfrac{\sin(x)\cos(x)}{1 + \cos^2(x)}$
  (j) $f(x) = \dfrac{e^x}{1 + e^{2x}}$
  (k) $f(x) = (x^2 + 1)(x^3 + 3x)^{11}$
  (l) $f(x) = \sin(x)\cos(x)$

(6) Utilize o método de primitivação por partes para calcular as primitivas das seguintes funções:

(a) xe^x

(b) $x \operatorname{arctg} x$

(c) $\arcsin x$

(d) $x \sin x$

(e) $x^3 e^{x^2}$

(f) (*) $\frac{x \cos x}{\sin^2 x}$ Sugestão: Escreva a função usando funções trigonométricas com argumento $\frac{x}{2}$.

(g) $\log^3 x$

(h) $\frac{x^7}{(1-x^4)^2}$

(7) (*) Determine $f\colon \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}$ que verifica as condições:

$$f'(x) = \frac{1}{2}\log(x^2), \quad f(1) = 0 \quad \text{e} \quad f(-1) = 1.$$