Matemática I - 2009/2010

Ficha de exercícios

Semana 12: Cálculo Integral (I)

Exercícios do livro *Sydsaeter, Knut e Hammond, Peter J., Essential Mathematics for Economic Analysis, Prentice Hall, 2008*:

9.1: 3, 4, 6, 13

9.2: 2, 6

Exercícios adicionais

Exercício 1 *Determine uma primitiva das seguintes funções nos respectivos domínios:*

a) $x^5 + 5x^2$ b) e^{4x} c) $2x^3 e^{x^4}$ d) $\sin(3x)$ e) $\cos(2x-3)$

f) $\frac{5}{x}$ g) $\frac{x}{x^2-6}$ h) $\frac{x^2}{1+x^3}$ i) $\frac{5}{1+x^2}$ j) $\frac{e^x}{1+e^{2x}}$

k) $\sin x \cos^2 x$ l) $\frac{6}{\sqrt{1-x^2}}$ m) $x\sqrt{2x^2+3}$ n) $\frac{1}{x \ln x}$

o) $\frac{1}{(1+x^2)\arctan x}$ p) $\frac{2}{\cos^2 x}$ q) $\tan x$ r) $\frac{1}{x + x\ln^2 x}$

Exercício 2 *Determine a primitiva da função* $f(x) = 2x$:

a) que, para $x = -1$, toma o valor 4.

b) que passa pelo ponto $(0, -2)$.

Interprete geometricamente.

Exercício 3 *Determine uma primitiva das seguintes funções racionais nos respectivos domínios:*

a) $\frac{x+3}{1+x^2}$ b) $\frac{6}{x^2+4}$ c) $\frac{1}{9-x^2}$ d) $\frac{x^5}{x^2-1}$ e) $\frac{x^2+1}{12+3x^2}$

Exercício 4 *Calcule os seguintes integrais:*

a) $\int\limits_{1}^{4} \left(3x^2+5\right) dx$ b) $\int\limits_{-3}^{4} |x-2|\, dx$ c) $\int\limits_{1}^{2} \frac{1}{x} dx$ d) $\int\limits_{0}^{1} \frac{e^x}{1+e^{2x}} dx$

Exercício 5 *O valor de* $\int\limits_{1}^{e} \frac{(1+2\ln x)^{\frac{1}{2}}}{x} dx$, *é:*

(i) $e-1$ (ii) $\frac{2}{3}$ (iii) $\sqrt{3}-1$ (iv) $\frac{3\sqrt{3}-1}{3}$

Exercício 6 *Calcule, em função de* x, *os integrais:*

a) $\int\limits_{0}^{x} t dt$ b) $\int\limits_{x}^{x+1} \left(3\sin t + 2t^5\right) dt$

Exercício 7 *Calcule a área do seguinte subconjunto de* $\mathbb{R}^2$: $\left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \le y \le e^x, 0 \le x \le 1\right\}$

Exercício 8 *Sabendo que,* $f''(x) = e^x(e^x-1)^{-2}$, $\lim\limits_{x\to\infty} f'(x) = -1$, *e* $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0$, *determine a expressão de* $f(x)$.

Exercício 9 *Determine* $F(x) = \int \frac{2x+1}{x^2+1} dx$ *e* $G(x) = \int x^2 \sin(x^3) dx$, *de modo que* $F(0) \pm G(0) = 1$.