Instituto Superior de Economia e Gestão
Matemática II
Licenciatura em Economia / Finanças / Gestão
1º Semestre 2011/2012
Duração: 2 horas
24/01/2012

(2,5) 1. Determine os extremos absolutos da função $f(x,y) = x + y$, na elipse definida por $x^2 + \frac{y^2}{8} = 1$.

(3,5) 2. Determine a solução geral das seguintes equações diferenciais

a) $y' = \frac{xe^y}{e^{x^2}}$

b) $y'' - 2y' + y = 2x$.

(2,0) 3. Classifique, em função de $a \in \mathbb{R}$, a forma quadrática

$Q(x,y,z) = (a-1)x^2 + 2xz + y^2$.

(5,5) 4. Seja a função g: $\mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$, definida por $g(x,y) = \left(f_1(x,y), f_2(x,y)\right)$ onde

$f_1(x,y) = \sqrt{3 - x^2 - y^2}$ e $f_2(x,y) = \frac{sen(x^2+3y^2)+x^3}{x^2+3y^2}$.

a) Determine Dg (maior conjunto onde ambas as expressões estão definidas) e represente-o graficamente;
b) Indique o interior de Dg e diga se se trata de um conjunto limitado;
c) Prove que $f_2(x,y)$ admite prolongamento por continuidade ao ponto (0,0).

(2,0) 5. Determine os valores de *a* e *b* reais, para que a seguinte função seja homogénea de grau -1, $f(x,y,z) = \frac{x^a y^2 - y^{2a} z^{b-2}}{x^{3a} z^b}$.

(2,0) 6. Sendo $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1\}$, calcule $\iint_A e^{-x-y}\, dx\, dy$.

(2,5) 7. Considere a função definida por $g(x,y) = f(2x^2 + y^2 - 2xy)$.
Sabendo que a função $g(x,y)$ é de classe C^2 e que $f'(0) = 1$, mostre que $(0,0)$ é ponto crítico de $g(x,y)$ e classifique-o.