Instituto Superior de Economia e Gestão
Matemática II

Licenciaturas em Economia, Finanças e Gestão

8 de Janeiro de 2013 – Época Normal | Duração: 2 horas

---

1. Classifique a seguinte forma quadrática de R^3: $Q(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+5x_2^2+x_3^2+2\alpha x_1x_3$, com $\alpha\in R$, para todos os valores de α.

2. Considere a função $f:\ D\subseteq R^2\to R$ definida por

$$f(x,y)=\frac{x^4y^2}{x^2+y^2}\sin\left(\frac{xy}{y-2}\right)$$

a) Determine analiticamente e represente graficamente o domínio D_f da função *f*.

b) Indique a fronteira, o exterior e o derivado do conjunto D_f.

c) Mostre que f é prolongável por continuidade ao ponto $(0,0)$.

3. Seja $f:\ R^3\to R$ uma função definida por $f(x,y,z)=y^2z+\cos^2(x+y)$. Sabendo que f é diferenciável em todo o seu domínio, calcule a derivada de f no ponto $\left(0,\ \frac{\pi}{4},\ 0\right)$ segundo o vetor $(-1,\ 1,\ -4)$.

4. Seja $z=xy+f(u,v)$, com $u=x^2$ e $v=y^2$. Sabendo que $\frac{\partial f}{\partial u}=\frac{\partial f}{\partial v}=1$, prove a seguinte igualdade $y\frac{\partial z}{\partial x}-x\frac{\partial z}{\partial y}=-x^2+y^2$.

5. Determine os valores máximo e mínimo da função $f(x,y)=\frac{1}{2}xy$ sujeita a condição $x^2+y^2=16$.

6. Determine a solução geral da seguinte equação diferencial: $y''-3y'+2y=2e^{2x}$.

7. Calcule o valor do integral $I=\iint_D(24xy)\ dy\ dx$, onde $D=\left\{(x,y)\in R^2:\ 2\le x\le 4,\ \frac{1}{2}x\le y\le\sqrt{x}\right\}$.

8. Considere as funções f e $g:\ D\subseteq R^2\to R$ de classe $C^1(D)$. Sabendo que f e g são funções homogéneas do mesmo grau α e que $xf+yg\neq 0$ em D, prove que:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{g}{xf+yg}\right)-\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{f}{xf+yg}\right)=0.$$

<u>**Cotação**</u>: **1.** 2,5; **2 a)** 1,5 **b)** 1,5 **c)** 2,0; **3)** 2,0; **4)** 2,0; **5)** 2,5; **6)** 1,5; **7)** 2,0; **8)** 2,5.