Universidade Técnica de Lisboa

Instituto Superior de Economia e Gestão

Licenciaturas em Economia, Finanças e Gestão

MATEMÁTICA II

Época de Recurso -28 de Janeiro de 2013 - Duração: 2 horas

Todas as respostas devem ser devidamente justificadas.

1.Averigue se $(1,-2,-1)$ é vetor próprio da matriz $A=\begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 4 & -2 \\ -1 & -2 & 6 \end{bmatrix}$ e, em caso afirmativo, determine o valor próprio associado.

2.Classifique a forma quadrática em $\mathbb{R}^3$ definida por $q(x,y,z)=-x^2-2y^2+2yz-\frac{k}{2}z^2$ para todos os valores de $k>1$.

3.Considere a função $f:\mathbb{R}^2\rightarrow\mathbb{R}$ definida por $f(x,y)=\frac{\ln x}{x^2+y^2-1}$.

a)Determine o domínio de f, D_f, e represente-o graficamente;

b)Averigue se se trata de um conjunto aberto e indique, analiticamente, a sua fronteira.

4.Estude a diferenciabilidade no ponto (0,0), da função f definida por

$$f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{x^2y+|x|+|y|}{|x|+|y|}, & se\ (x,y)\neq(0,0) \\ 1, & se\ (x,y)=(0,0). \end{cases}$$

5.Considere a função $f:\mathbb{R}^2\rightarrow\mathbb{R}$ definida por $f(x,y)=3x^2y+3y^2x+4x$. Determine e classifique todos os seus pontos críticos.

6.Determine os extremos absolutos da função $f(x,y)=e^{xy}$ no conjunto $A=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2\colon x^2+y^2=2\}$.

7.Usando um integral duplo, calcule a área da região do plano definida pelas condições $x\geq 1$ e $x\leq 5-y^2$.

8.Resolva o problema de valores iniciais: $y''+4y'+3y=8e^{-x}$, $y(0)=1$, $y'(0)=3$.

9.Sejam $f,g\in C^2(\mathbb{R}^2)$ tais que $\frac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}=\frac{\partial^2 g}{\partial y\partial x}=8x^3y$. Sabendo que, em $\mathbb{R}^2$, f é uma função homogénea e que g não é, determine uma expressão analítica para cada uma das funções. A expressão que obteve para f é única? Se não é, indique outra.

Cotação:					
	1. 1,5	**3.** 3,0	**5.** 2,5	**7.** 2,0	**9.** 2,0
	2. 1,5	**4.** 3,0	**6.** 2,5	**8.** 2,0	