Universidade de Lisboa

Instituto Superior de Economia e Gestão

Licenciaturas em Economia, Finanças e Gestão

MATEMÁTICA II

14 de Janeiro de 2014 | Época Normal | Duração: 2 horas

1.Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} -16 & 4 & k \\ 4 & -1 & 0 \\ k & 0 & -1 \end{bmatrix}$, $k \in \mathbb{R}$, e seja $Q(x)$ a forma quadrática associada.

a) Considerando $k = 0$,

i) calcule os valores próprios de A,

ii) existe algum vetor x não nulo e tal que $Q(x) = 0$?

b) Classifique a forma quadrática, em função de todos os valores que k pode tomar.

2.Seja $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ uma função definida por $f(x,y) = \sqrt{x - y^2}\ln(4 - x)$.

a) Determine o domínio da função f, D_f , e represente-o graficamente.

b) Indique analiticamente $int(D_f)$ e $ad(D_f)$. D_f é um conjunto compacto?

3. Considere a função $f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy}{|x|+y^2}, & se\ (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & se\ (x,y) = (0,0) \end{cases}$.

Mostre que a função é contínua mas não é diferenciável em (0,0).

4. Determine e classifique todos os pontos críticos da função $f(x,y) = \frac{1}{3}x^3 + xy - y^2 - 3x$.

5. Calcule $\iint_A \sqrt{1 + x^3}\, 2y\ dx\, dy$, sendo A o triângulo limitado pelas retas $x = -1$, $y = x$ e $y = 2x$.

6. Resolva as equações diferenciais

a) $y'y(1 + x^2)^2 = x(1 + y^4)$

b) $y'' + 2y' - 3y = 8e^x$.

7. Sejam f, g duas funções reais, de classe $C^1(\mathbb{R}^3)$ e que tomam o mesmo valor no ponto $(1,1,1)$. Seja $h(x,y) = 2x + 4y$, com $x = f(u,v,w)$ e $y = g(u,v,w)$.

Sabendo que f é homogénea de grau 6 e que g é homogénea de grau -3, calcule $\frac{\partial h}{\partial u} + \frac{\partial h}{\partial v} + \frac{\partial h}{\partial w}$ no ponto $(u,v,w) = (1,1,1)$.

Cotação: 1.a)i) 1.0 ii) 1.0 b) 2.0 2.a) 1.5 b) 1.5 3. 3.0 4. 2.0 5. 2.0 6.a) 2.0 b) 2.0 7. 2.0