

## Análise Matemática II

### LISTA 2

(1) Ler capítulo II.2.3 de Campos Ferreira, *Introdução à Análise Matemática*.

(2) Determine a natureza das seguintes séries:

(a)  $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n^3 + 3}$

(b)  $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{(n+1)^n}$

(c)  $\sum_{n \geq 1} \frac{n\sqrt{n}}{(n+1)^3 \sqrt{n^3 + 1}}$

(d)  $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n4^n}$

(e)  $\sum_{n \geq 1} \frac{k^n}{n!}, k \in \mathbb{R}$

(f)  $\sum_{n \geq 1} \frac{n^3}{n!}$

(g)  $\sum_{n \geq 1} \frac{n!}{n^2}$

(3) Estude a convergência das seguintes séries:

(a)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2 + 1}}$

(b)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{e^n n^n}{n!}$

(c)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n!}{(\pi+1)(\pi+2)\dots(\pi+n)}$

(d)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1.3.5\dots(2n+1)}{3.6.9\dots(3n+3)}$

(e)  $\sum_{n=1}^{+\infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$

(f)  $\sum_{n=3}^{+\infty} \left(\tan \frac{\pi}{n}\right)^n;$

(g)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^3 + 3n + 2}{n^3 + \sqrt{n} + 1}$

(h)  $\sum_{n \geq 1} \frac{1.3.5\dots(2n-1)}{2.4.6\dots(2n).n}$

- (i)  $\sum_{n \geq 1} \frac{(n+k_1)!}{(n+k_2)!n!}$ , com  $k_1, k_2 \in \mathbb{N}$ ;
- (j)  $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n^2} \cos(n\pi)$
- (k)  $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n} \sin \frac{\pi}{n}$
- (l)  $\sum_{n \geq 1} \frac{\sin(\frac{\pi}{n})}{\frac{1}{n}}$
- (m)  $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n^{n+\frac{1}{n}}}$
- (n)  $\sum_{n \geq 1} \frac{n \cdot n!}{(2n+1)!}$
- (4) Considere a série:  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{(n+1)^2}$ .
- (a) Justifique que é convergente e calcule a sua soma com erro inferior a 0,01.
- (b) Indique um majorante do erro que comete quando toma para soma da série a soma dos 3 primeiros termos.
- (5) Determine se são absolutamente convergentes, simplesmente convergentes ou divergentes as séries cujos termos de ordem  $n$  são:
- (a)  $\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$
- (b)  $\frac{(-1)^n(n^2+1)}{n^2+n+3}$
- (c)  $\frac{(-1)^n}{n\sqrt{n}}$
- (6) Indique para que valores de  $\alpha$  as seguintes séries são simplesmente convergentes, absolutamente convergentes ou divergentes:
- (a)  $\sum_{n \geq 1} (-1)^n \frac{1}{n^\alpha}$
- (b)  $\sum_{n \geq 1} (1 + \cos \alpha)^n$
- (7) \*(Critério de Dirichlet) Considere sucessões  $a_n$  e  $b_n$  com  $a_n$  decrescente e  $\lim a_n = 0$ . Mostre que se a sucessão das somas parciais de  $b_n$  é limitada, então  $\sum a_n b_n$  converge. *Sugestão*: ver Teorema 14 II.2.3.