

Análise Matemática III

LISTA 3

(1) Calcule:

(a) $\int_0^1 \int_0^1 (\sqrt{y} + x - 3xy^2) dx dy.$

(b) $\int_0^\pi \int_0^\pi \sin^2 x \sin^2 y dx dy.$

(c) $\int_0^{\pi/2} \int_0^{\pi/2} \sin(x+y) dx dy.$

(d) $\int_0^\pi \int_0^\pi |\cos(x+y)| dx dy.$

(e) $\int_1^2 \int_1^2 y^{-3} e^{2x/y} dx dy.$

(f) $\int_0^1 \int_0^2 \int_0^3 xy^2 z^3 dx dy dz.$

(2) Calcule o volume da região por baixo do gráfico de $f: [0, 1]^2 \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x, y) = \begin{cases} 1 - x - y, & x + y \leq 1 \\ 0, & \text{c.c.} \end{cases}$$

(3) Esboce S e calcule $\int_S f$ onde

(a) $f(x, y) = x \cos(x + y)$ e S é o triângulo $(0, 0)$, $(0, \pi)$ e (π, π) .

(b) $f(x, y) = e^{x+y}$ e $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2: |x| + |y| \leq 1\}$.

(c) $f(x, y, z) = xy^2 z^3$ e S é o sólido limitado pelos três planos coordenados, pela superfície $z = xy$ e pelo plano $x + y = 1$.

(d) $f(x, y, z) = (1 + x + y + z)^{-3}$ e S é o sólido limitado pelos três planos coordenados e pelo plano $x + y + z = 1$.

(e) $f(x, y, z) = \sqrt{1+y}$ e $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3: x^2 - 1 \leq y \leq 1, x \geq 0, 0 \leq z \leq y\}$.

(4) Calcule a área e o centróide de

$$S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2: x^2 + y^2 \leq 1, y + x \leq 1, y \leq x\}.$$

(5) Sabendo que a densidade de massa do objecto

$$S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2: 0 \leq y \leq 2x - x^2\}$$

é $\rho(x, y) = (1 - y)/(1 + x)$, determine a sua massa e o seu centro de massa.

(6) *Calcule a distância média entre um canto de um quadrado e os pontos do seu interior.