O Universo à escala de Planck

Filipe Oliveira

MatNova 14

3 de Setembro de 2014

Unidades de comprimento e de peso

Na Europa, até meados do século XVIII: grande diversidade de medidas, com relações complexas entre si e que podiam variar de região para região.

Algumas medidas de peso:
O grão, a onça, a libra, o quintal...

Algumas medidas de comprimento:
*O polegar, a **toesa**, a jarda, a vara, o pé, a légua...*

Em França: 1 toesa= 6 pés =(entre 1.949 e 2.000 metros modernos)
Na Suiça: 1 toesa= 1.8 metros modernos
Em Portugal: 1 toesa portuguesa=1.98 metros modernos

Unidades de tempo

Contrariamente aos pesos e aos comprimentos, existe uma unidade de tempo “universal”: o dia terrestre.

1 dia = 24 horas; 1 hora= 60 minutos; 1 minuto=60 segundos

Porquê uma subdivisão com tendência hexadecimal?

Existência de um grande número de divisores:

60=2x2x3x5

60 possui 12 divisores:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60.

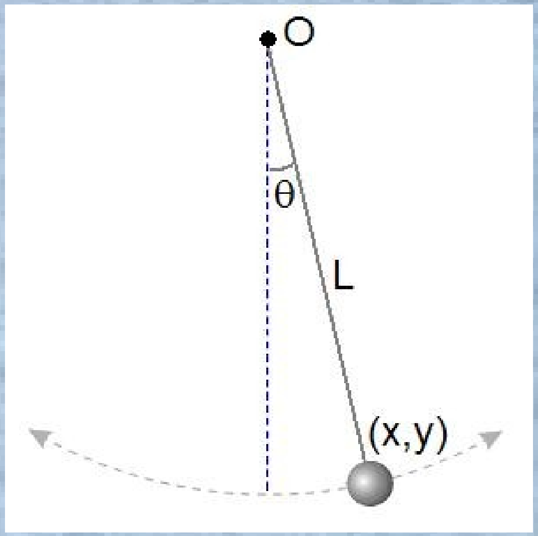
1/10.000.000 de meio meridiano

Montada um expedição de 7 anos par o medir com precisão (1792-1799).

Problema: a Terra não é suficientemente regular.

Em regime de pequenas oscilações:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2\,s$$



Problema: o valor de g depende do local.

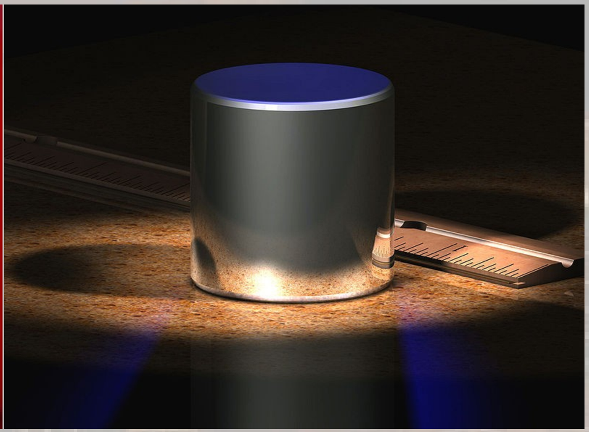
<u>Início do sistema SI (1795) - Sistema MKpS</u>

Metro: dez-milhionésima parte de meio-meridiano.

Kilograma (gravo): massa de 1 decímetro cúbico de água, à temperatura do “gelo que derrete”.

Segundo: $1/24.60^2=1/86400$ parte de um dia.

Por razões práticas, foram construídos artefactos de referência para o metro e o kilograma
(liga de platina e irídio)



Situação actual – 2014

Segundo: duração de 9 192 631 770 períodos da radiação correspondente à transição entre dois níveis hiperfinos do estado fundamental do átomo de césio 133.

Metro: distância percorrida pela luz no vácuo em 1/299792458 segundos.

Kilograma: massa do **I**nternational **P**rototype **K**ilogram (artefacto)

Situação a rever numa próxima conferência da
Comissão de Pesos e Medidas.

Unidades de Planck: as unidades genuinamente universais

Metro, kilograma, segundo são unidades que estão profundamente ligadas ao planeta Terra e à nossa civilização.

1 metro, 1 kilograma ou 1 segundo são quantidades sem significado para o Universo ou para as leis físicas que o regem.

Uma civilização extra-terrestre jamais conheceria estas quantidades.




<u>A dimensão das quantidades físicas</u>

(velocidade, aceleração, força, energia)

<u>Velocidade</u>: Distância percorrida por unidade de tempo

velocidade=D/T (m/s)

<u>Aceleração</u>: Variação da velocidade por unidade de tempo

aceleração=velocidade/T=D/T² (m/s²)

Força (Princípio fundamental da dinâmica)

Quando aplicada a um corpo de massa m, cria uma aceleração

aceleração=força/massa

força=massa x aceleração= M x D/T²= MD/T²

As forças são medidas em kg.m/s²: 1 kg.m/s²= 1 Newton

<u>Energia: capacidade de um sistema em produzir “trabalho”</u>

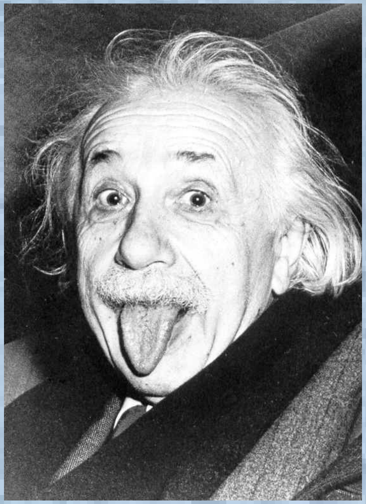
Energia cinética de um corpo de massa m que se desloca a velocidade v

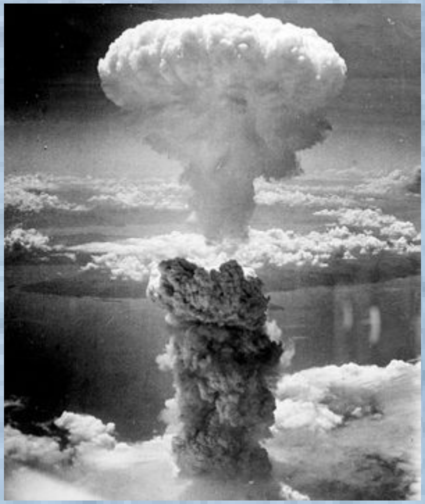
energia=massa x velocidade²/2

energia=M.v²=MD²/T²

A energia é medida em kg.m²/s²: 1 kg.m²/s²= 1 Joule

E=mc²

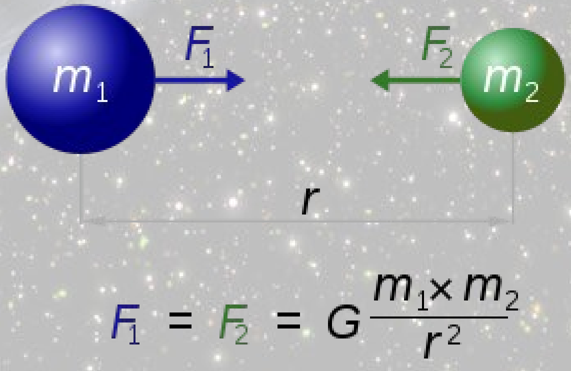




1. Velocidade da luz no vácuo c

$c = D/T$

2. Constante universal de gravitação G

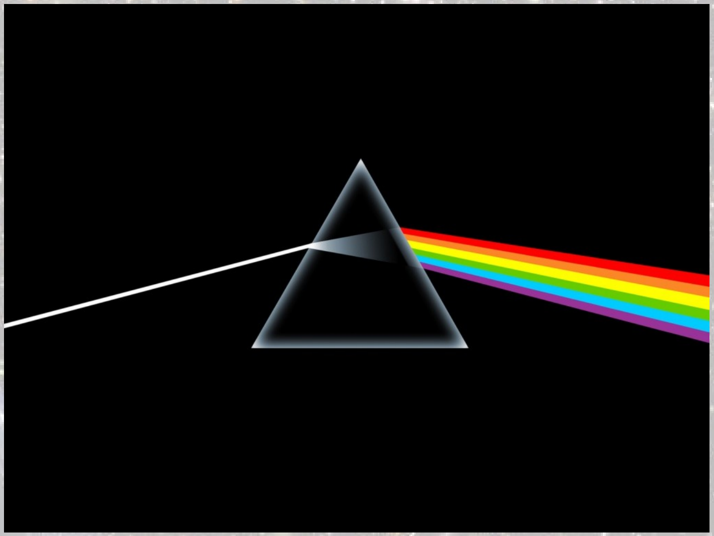


$G =$ força x r^2/ massa^2

$= (MD/T^2)(D^2/M^2) = D^3/MT^2$

3. Constante de Planck h

Quanta de uma de um fotão
(onda de Periodo T)



Energia = h/T

$h = \text{Energia} \times T = MD^2/T^2 \times T = MD^2/T$

Três quantidades Universais

Velocidade da luz

$c = D/T$

Constante de Gravitação

$G = D^3/MT^2$

Constante de Planck

$h = MD^2/T$

Unidades verdadeiramente universais: a ideia de Max Planck

Max Planck (1858-1957)

Construção de uma massa, de uma distância e de um tempo a partir de constantes universais

$$G = \frac{D^3}{MT^2} \qquad c = \frac{D}{T} \qquad h = \frac{MD^2}{T}$$

Observe-se que

$$hG = \frac{MD^2}{T}\,\frac{D^3}{MT^2} = \frac{D^5}{T^3}$$

ou ainda

$$\frac{hG}{c^3} = \frac{D^5}{T^3}\,\frac{T^3}{D^3} = D^2.$$

Assim, $d_{planck} = \sqrt{\dfrac{hG}{c^3}}$ é uma distância. Da mesma forma,

$t_{planck} = \sqrt{\dfrac{hG}{c^5}}$ é um tempo.

Contrariamente ao metro e ao segundo, estas quantidades têm de ser conhecidas por qualquer civilização extraterrestre tecnologicamente avançada....

Aplicação numérica:

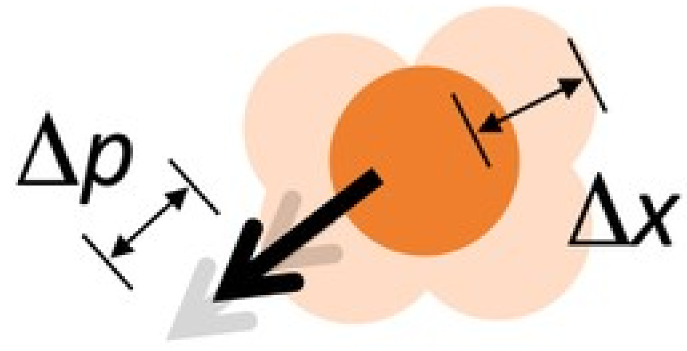
$$d_{planck} = \sqrt{\frac{hG}{c^3}} = 10^{-35} m$$

$$t_{planck} = \sqrt{\frac{hG}{c^5}} = 5.10^{-44} s$$

Sentido Físico da distância de Planck

Princípio de Incerteza de Heisenberg (Efeito quântico)

X: Posição
P=mv : Quantidade de movimento



$$\Delta p \Delta x \geq \frac{\hbar}{2}$$

Sentido Físico da distância de Planck

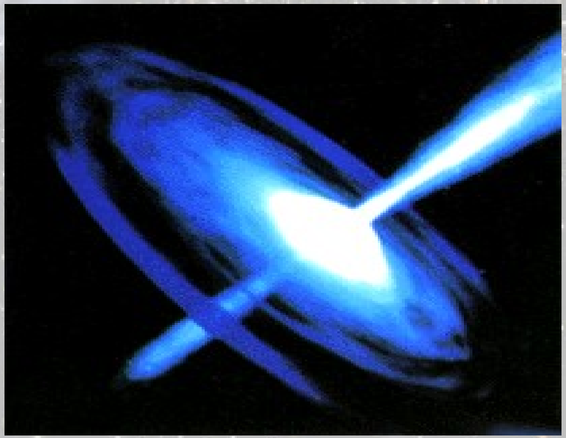
Criação de singularidade (Efeito gravitacional)

Para a incerteza sobre a posição ser muito pequena, a incerteza sobre a quantidade de movimento tem de ser muito grande...

$$\Delta p = m\Delta v \geq \frac{\hbar}{2\Delta x}$$

Precisamos de uma partícula com uma massa m enorme...

Uma tal partícula acaba por rasgar o tecido do espaço-tempo criando uma singularidade que absorve todo o sistema.



Sentido Físico da distância de Planck

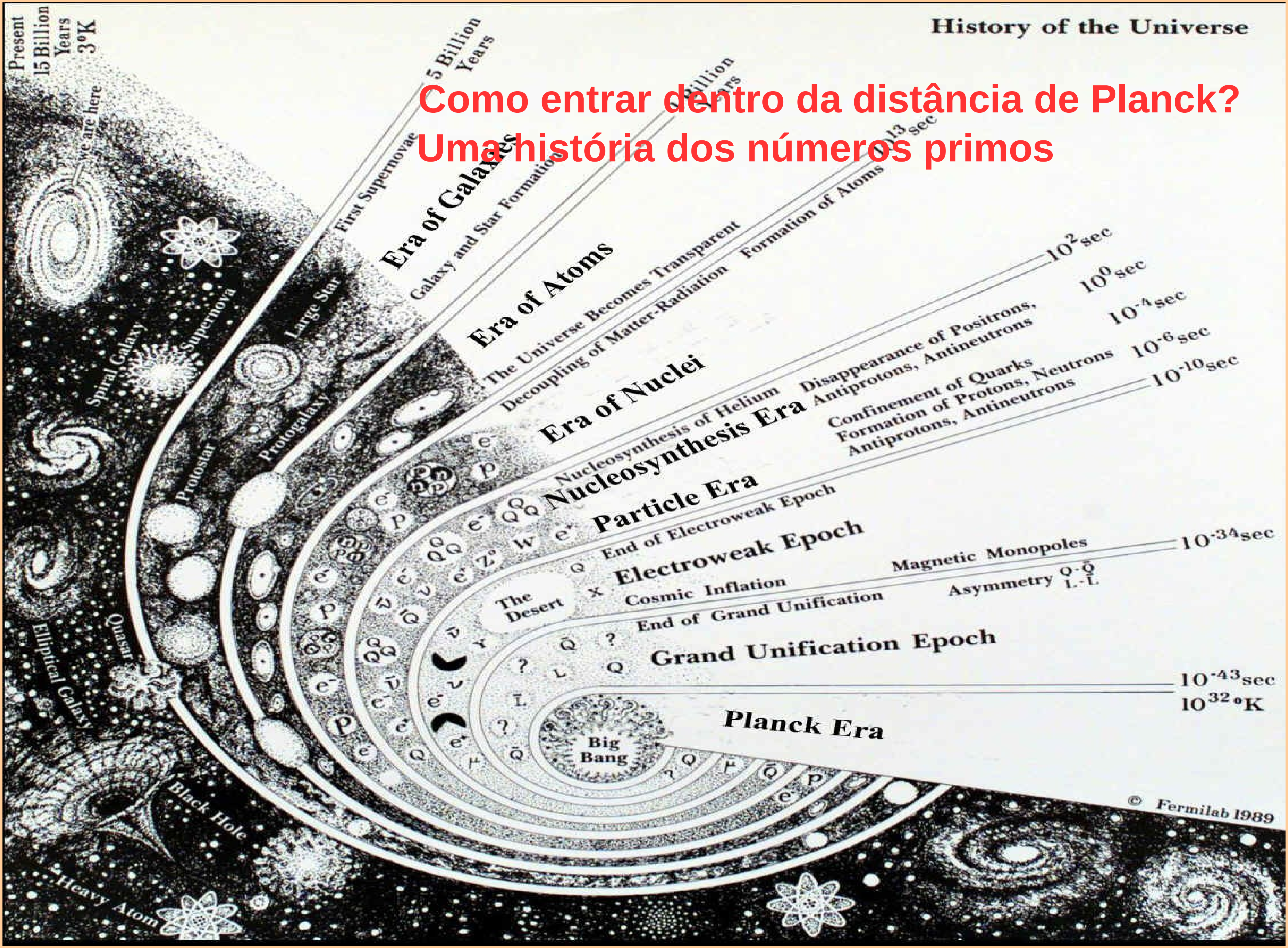
Conclusão: existe uma incerteza mínima sobre o cálculo de qualquer posição, abaixo da qual não se pode descer...

...a distância de Planck!

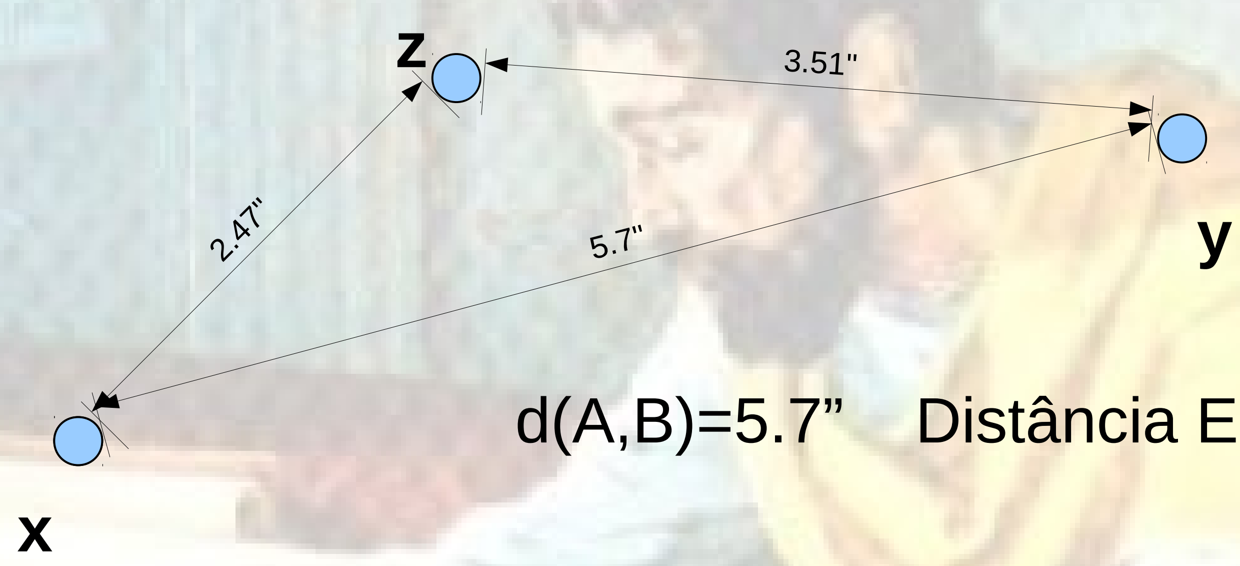
$$\Delta x \geq d_{planck}$$

Da mesma forma, não é existe um tempo inferior ao tempo de Planck.

Como entrar dentro da distância de Planck?
Uma história dos números primos



Noção de distância entre dois pontos

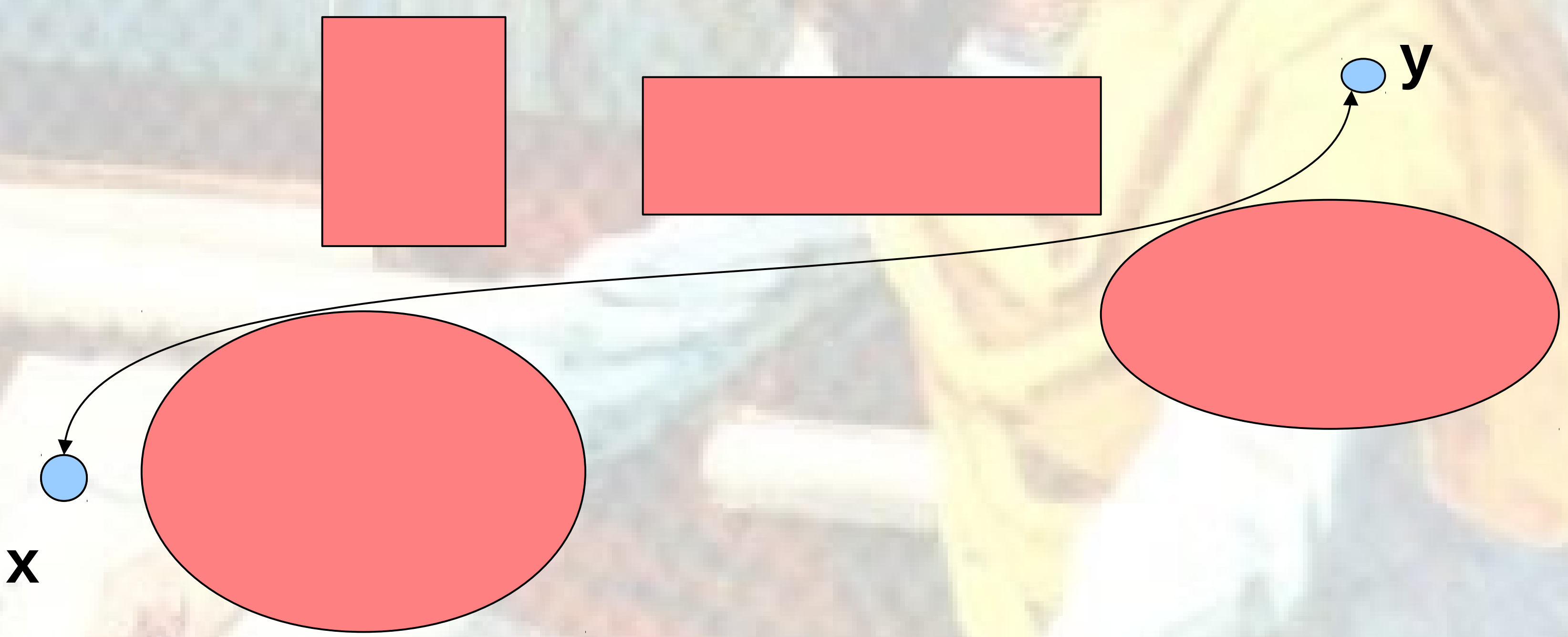


d(A,B)=5.7” Distância Euclidiana

d é uma distância se:

1. $d(x,y)=0$ se e só se $x=y$
2. $d(x,y)=d(y,x)$
3. $d(x,y) \leq d(x,z)+d(z,y)$

Existem muitas outras distâncias



Existem muitas outras distâncias

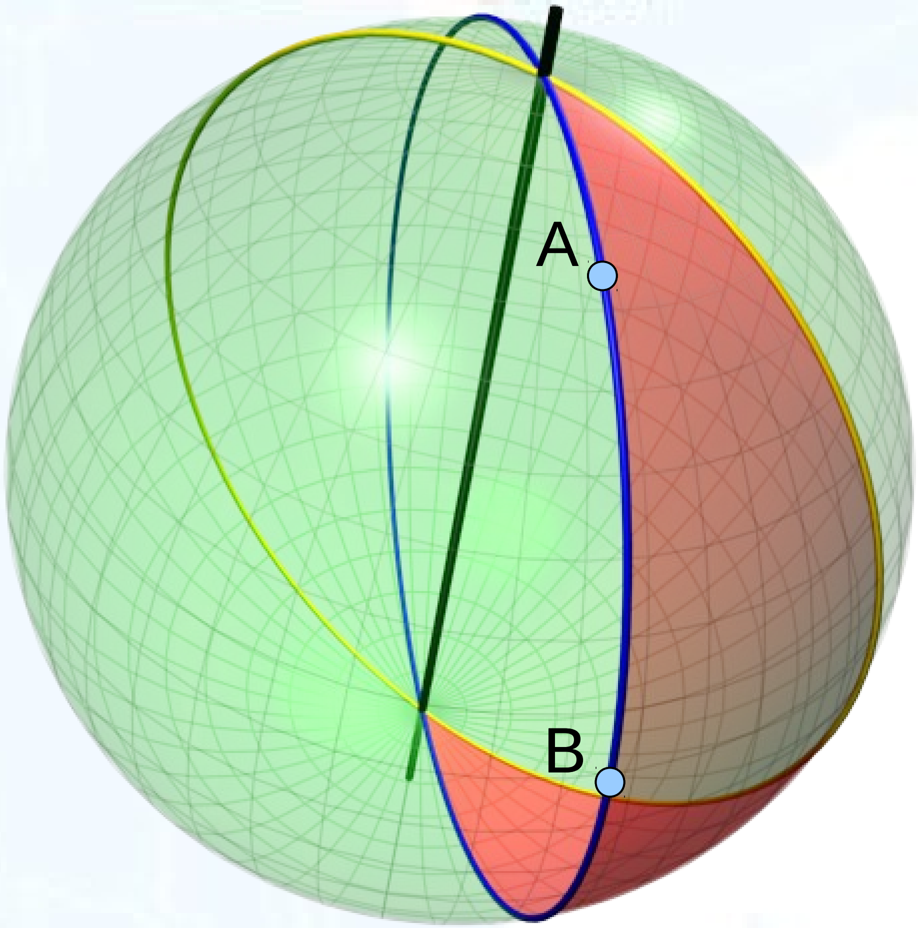
Proibido andar em diagonal: distância d_1

Distância ortodrómica

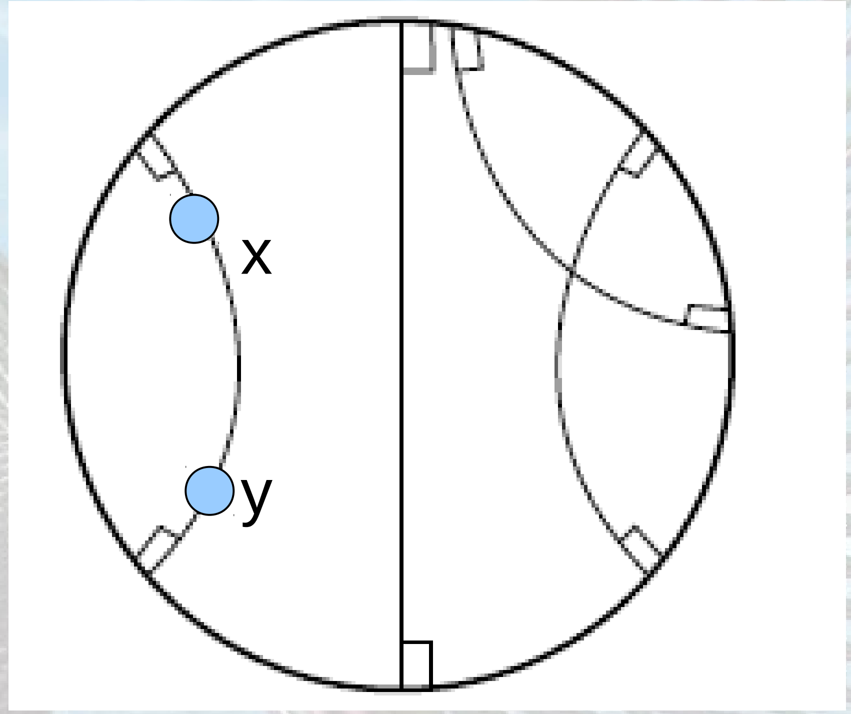
Distância entre dois pontos da esfera:

Segundo os grandes círculos

Em geometria esférica o equivalente das rectas são os grandes círculos, ditos “curvas geodésicas”.



Distância hiperbólica



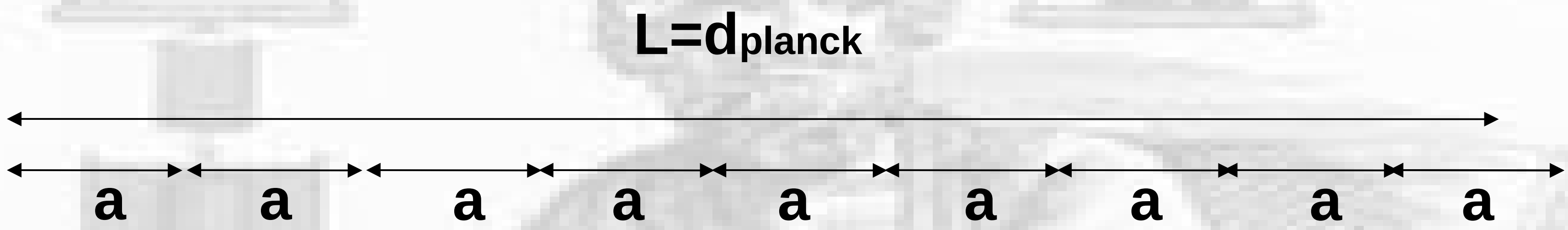
$$d_h(x,y) = \frac{d_e^2(x,y)}{(1-d_e^2(0,x))(1-d_e^2(0,y))}$$

Escher: Limit Circle IV, 1960

Escher: Limit Circle III, 1959

Todas estas distâncias são arquimedianas

Dada uma distância **$L=d_{plank}$,**



e dada uma qualquer distância a, 

existe **N** tal que **$(N-1)a<L$ e $Na \geq L$.**

a mede então (grosso modo) $\frac{L}{N}$

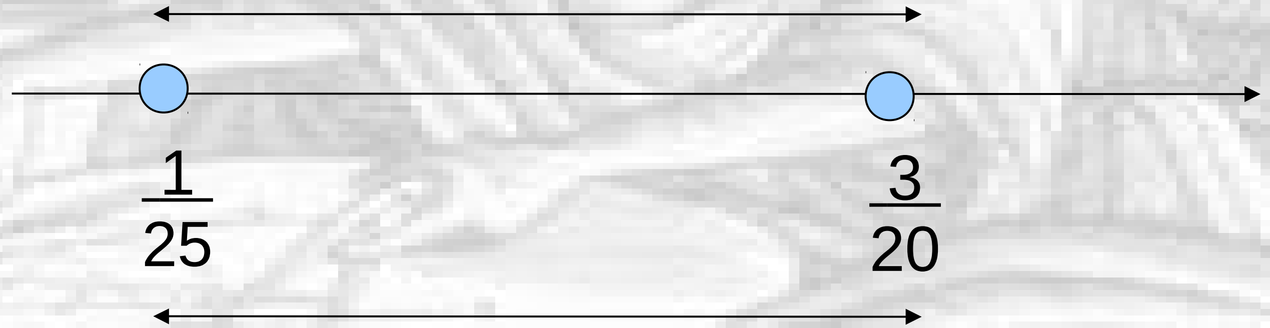
A existência de uma tal propriedade é incompatível com a existência de uma distância abaixo da qual nada se pode medir, como a distância de Planck.

Construção de uma distância não-Arquimediana: distância p-ádica

Seja **p** um número primo (**p=5**, por exemplo) $x=3/20$ e $y=1/25$

Vamos medir a distância entre dois números racionais do seguinte modo:

Distância euclidiana: $3/20-1/25= 0.11$



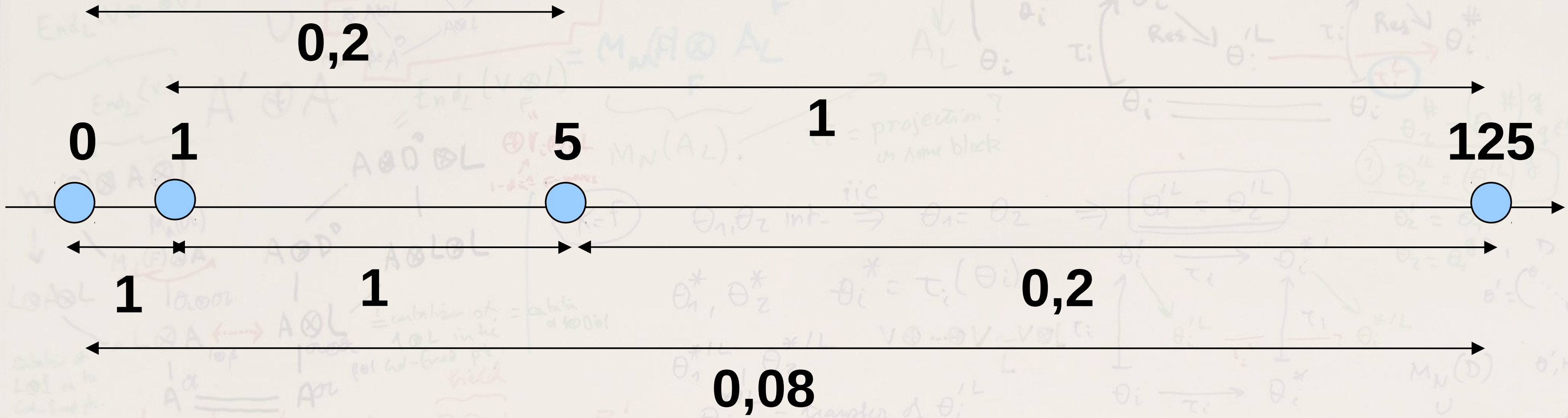
Distância p-ádica: 25

Distância p-ádica

$$\frac{3}{20} - \frac{1}{25} = \frac{11}{100} = \frac{11}{2^2 5^2} = 5^{-2}\,\frac{11}{4} \qquad d_p=1/5^{-2}=25$$

Construção de uma distância não-Arquimediana: distância p-ádica

Distância p-ádica entre números inteiros



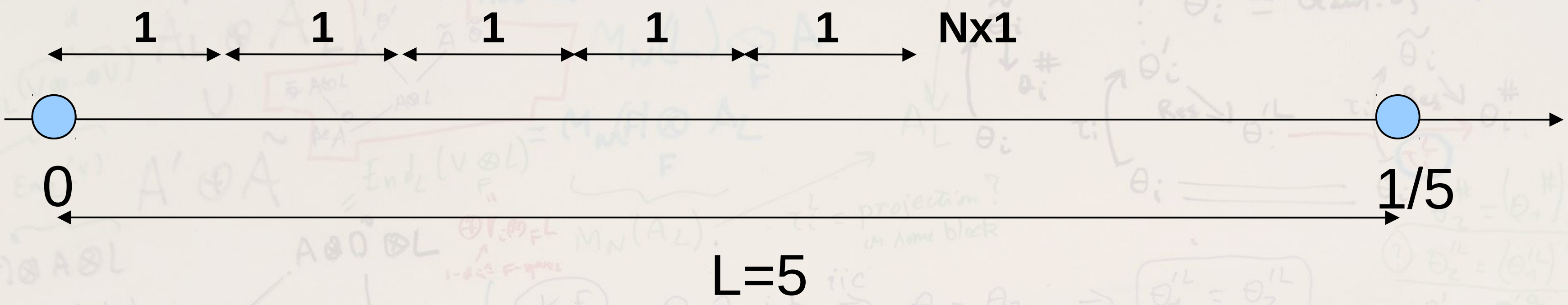
$1-0=1=5^0 \Rightarrow d(0,1)=1/5^0=1$

$5-1=4=5^0.4 \Rightarrow d(1,5)=1/5^0=1$

$125-5=120=5^1 x24 \Rightarrow d(5,125)=1/5^1=0,2$

$125-0=5^3 \Rightarrow d(1,5)=1/5^3=0,08$

Esta distância é não arquimediana



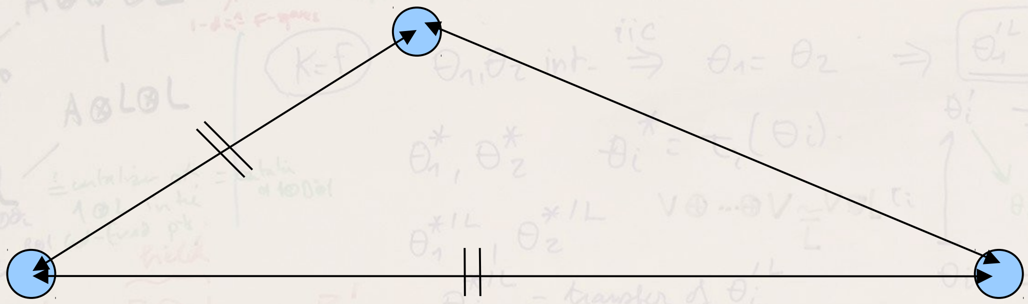
Escolhendo por exemplo **a**=1

$$N-0=N=5^q\,m \Rightarrow d(0,N)=1/5^q \leq 1$$

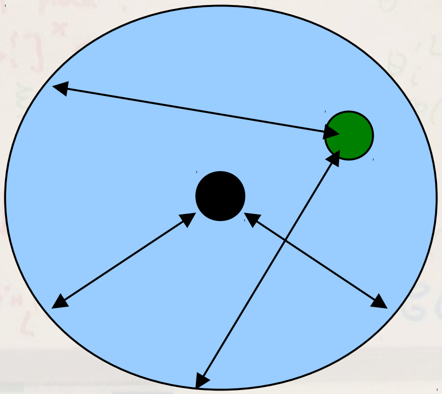
Não é possível alcançar a distância L=5 avançando unidade a unidade.

Duas últimas propriedades

Teorema: Todos os triângulos são isósceles



Teorema: Qualquer ponto de um círculo é centro




Muito obrigado
inter. in C'.
projection? on some block
intertwine somewhere in C'
injective
Commutes?